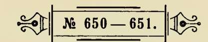
Второй серіи V-го семестра № 2—3.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.



№ 650—651.

Планетезимальная гипотеза.

Т. Чэмберлина.

Всѣ интересующіеся эволюціей нашей планеты должны считать дѣломъ первѣйшей важности знакомство съ тѣмъ, какъ планета эта произошла, и какія условія вліяли на ея развитіе. Другія планеты нашей системы, безъ сомнѣнія, зародились такимъ же образомъ, какъ и земля. Всѣ онѣ носятъ на себѣ слѣды принадлежности къ одному семейству. Появилось ли солнце въ то же время и произошло ли оно такимъ же точно образомъ, — это представляется неяснымъ. Нѣтъ сомнѣнія, что солнце и планеты находятся между собою въ близкомъ родствѣ, но это еще не значитъ, что происхожденіе ихъ одно и то же. Мы представимъ доказательства въ пользу того, что планеты произошли отъ солнца, но не въ моментъ его зарожденія, а позже. Легко можетъ показаться, что планеты дали начало спутникамъ, и, дѣйствительно, такой взглядъ былъ господствующимъ въ прошломъ столѣтіи. Однако, существуетъ достаточно доводовъ въ пользу того, что происхожденіе планетъ и спутниковъ одно и то же, и что спутники не стали маленькими планетами только потому, что по мѣсту своего за-

рожденія они попали въ сферу вліянія своихъ бо́льшихъ сестеръ. Подчиниться вліянію послѣднихъ спутники тогда были принуждены въ первую очередь, въ то время, какъ вліяніе солнца стало уже какъ бы вторичнымъ. Если это такъ, то планеты, планетоиды и спутники должны намъ доставлять слѣды позднѣйшей исторіи семейства, въ то время какъ солнце должно намъ давать указанія на происхожденіе отъ него указанныхъ небесныхъ тѣлъ и на исторію болѣе древнюю.

Но соотвѣтствуютъ ли дѣйствительности такія родственныя отношенія? Обратимся къ фактамъ.

Если согласиться съ той теоріей, которая утверждаетъ, что планеты благодаря центробѣжной силѣ отдѣлились отъ туманности, остаточную массу которой представляетъ солнце (а этотъ взглядъ былъ господствующимъ въ теченіе прошлаго столѣтія), то планеты должны были бы вращаться въ плоскостяхъ, совпадающихъ съ экваторіальной плоскостью солнца. А между тѣмъ плоскость земной орбиты наклонена къ экваторіальной плоскости солнца подъ угломъ въ 7°15′; наклонены къ послѣдней подъ различными углами также и плоскости орбитъ другихъ планетъ и планетоидовъ. Можетъ казаться, что углы эти не такъ уже велики, чтобы представлять большое отступленіе отъ требованій теоріи; но если принять во вниманіе огромныя количества движенія этихъ тѣлъ, то отступленіе это станетъ дѣйствительно серьезнымъ.

Но для вышеуказанной теоріи существуютъ трудности еще болѣе опасныя. Если планеты отдѣлились отъ материнской туманности въ послѣдовательные періоды благодаря центробѣжной силѣ, то экваторіальная скорость вращенія туманности должна была въ соотвѣтствующіе періоды быть равной скорости движенія отдѣльныхъ частей. Правда, послѣдняя могла въ дальнѣйшемъ слегка измѣниться подъ вліяніемъ приливныхъ явленій, а также другихъ моментовъ; но сэръ Г. Дарвинъ (George Darwin) показалъ, насколько ничтожно должно было быть вліяніе приливнаго дѣйствія, принимая даже это вліяніе максимальнымъ, а о другихъ вліяніяхъ и говорить нечего. Скорость движенія экваторіальной части туманности должна была возрасти отъ величины, приблизительно, въ 5,5 *км.* въ секунду при отдѣленіи Нептуна до величины больше 45 *км.* въ секунду при отдѣленіи Меркурія. Мало того, скорость эта должна была еще болѣе возрасти послѣ того, какъ туманность сгустилась въ солнце. Въ виду того, что это дальнѣйшее увеличеніе скорости должно было значительно превзойти раньше имѣвшее мѣсто, то легко можно предположить, что отъ туманности могъ и въ дальнѣйшемъ отдѣляться матеріалъ для другихъ планетъ. Дѣйствительно, такой взглядъ существовалъ въ прошломъ столѣтіи. Поиски неизвѣстныхъ еще внутреннихъ планетъ прилежно производились во время солнечныхъ затмѣній, и выдающіеся астрономы сообщали даже объ открытіи подобныхъ планетъ. Однако, въ дальнѣйшемъ ихъ наблюденія оказывались иллюзорными. Если бы радіусъ

орбиты подобной планеты равнялся 1 612 900 *км.*, то скорость ея движенія была бы равна 274 *км.* въ секунду, а экваторіальная скорость туманности въ моментъ отдѣленія планеты должна была бы равняться той же величинѣ. Для того, чтобы центробѣжная сила отдѣлила часть массы отъ экватора солнца въ нынѣшнемъ его видѣ, скорость его движенія должна была бы представлять 435 *км.* въ секунду. А между тѣмъ въ дѣйствительности скорость эта равна приблизительно 2 *км.* въ секунду. Это представляетъ собою огромное несоотвѣтствіе, представляющееся роковымъ для центробѣжной гипотезы.

Мало того, въ добавленіе къ этому возраженію противъ вышеуказанной гипотезы можно привести другія, не менѣе для нея опасныя. Время намъ не позволяетъ разобрать ихъ въ должной мѣрѣ. Достаточно сказать, что величины, соотвѣтствующія количествамъ движенія планетъ, не соотвѣтствуютъ требованіямъ центробѣжной теоріи. Полъ столѣтія тому назадъ Бабинэ (Babinet) обратилъ вниманіе на нѣкоторыя изъ этихъ неудобныхъ для указанной гипотезы данныхъ; но, повидимому, онъ ихъ не считалъ для нея роковыми, а лишь ее ограничивающими — требующими отъ нея извѣстнаго приспособленія. Гораздо позже и совершенно независимо Мультонъ (Moulton) занялся тщательнымъ изслѣдованіемъ того, согласуются ли данныя о количествѣ движенія солнечной системы съ центробѣжной гипотезой, и нашелъ, что существующія въ данномъ отношеніи противорѣчія непреодолимы. Въ виду того, что аргументы Мультона основаны на твердо установленномъ принципѣ, а именно, постоянствѣ количества движенія, ихъ можно считать неоспоримыми.

Непосвященный скорѣе оцѣнитъ другой менѣе спеціальный аргументъ. Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ солнечную туманность какъ разъ передъ тѣмъ, какъ отъ нея, согласно гипотезѣ, отдѣлилось вещество для Юпитера и его спутниковъ. Масса вещества системы Юпитера составляла менѣе одной тысячной части массы туманности въ тотъ моментъ. Мы можемъ легко вычислить приблизительно количество движенія этой тысячной части въ сравненіи съ остальными 999. Уже съ перваго взгляда ясно, что количество движенія одной тысячной части можетъ быть лишь небольшой дробью количества движенія цѣлаго. А между тѣмъ на самомъ дѣлѣ количество движенія системы Юпитера въ 19 слишкомъ разъ больше, чѣмъ соотвѣтствующая величина, вычисленная для всѣхъ внутри его находящихся тѣлъ (включая сюда и солнце), которыя образовались изъ оставшейся послѣ отдѣленія Юпитера туманности. Такимъ образомъ, становится невѣроятнымъ, чтобы система Юпитера отдѣлилась такимъ путемъ.

Подобное разсмотрѣніе предполагаемаго центробѣжнаго происхожденія другихъ планетъ ведетъ къ установленію аналогичныхъ противорѣчій, при чемъ нѣкоторыя изъ послѣднихъ еще болѣе замѣчательны.

Возраженія противъ центробѣжной гипотезы въ совокупности своей слишкомъ сильны, чтобы ихъ можно было устранить какими-нибудь

спеціальными доводами. Это не значитъ, что центробѣжная сила ни въ коемъ случаѣ не можетъ дать происхожденія планеты, но такое происхожденіе не соотвѣтствуетъ условіямъ нашей планетной системы.

Въ вопросѣ о происхожденіи спутниковъ центробѣжная гипотеза также вызываетъ противъ себя основательныя возраженія. Скорости движенія Фобоса, а также тѣхъ маленькихъ тѣлъ, которыя образуютъ внутреннее кольцо Сатурна, не согласуются съ представленіемъ объ ихъ центробѣжномъ происхожденіи. Недавно были открыты два спутника, обращеніе которыхъ происходитъ въ направленіи противоположномъ не только требованіямъ центробѣжной гипотезы, но и движеніямъ другихъ спутниковъ той же планеты.

Въ виду указанныхъ выше затрудненій, не говоря уже о другихъ, мнѣ кажется, остается одинъ исходъ, а именно, отказаться отъ гипотезы, принимающей, что планеты нашей системы образовались одна послѣ другой изъ общей туманности, благодаря центробѣжной силѣ. Нужно найти какое-либо другое объясненіе ихъ происхожденія, лучше согласующееся съ основными фактами. Понятно, что это объясненіе должно согласоваться также съ крупными фактами космической эволюціи вообще. Вѣдь происхожденіе нашей солнечной системы, сколь важнымъ оно бы намъ ни казалось, составляетъ лишь ничтожную часть этой эволюціи.

Но прежде чѣмъ заняться разсмотрѣніемъ этихъ болѣе общихъ вопросовъ, обратимся къ разсмотрѣнію пунктовъ той гипотезы, которую мы считаемъ болѣе согласующеюся съ фактами.

Вопросъ о происхожденіи солнца, а, слѣдовательно, о происхожденіи звѣздъ вообще — не входитъ непосредственно въ нашу задачу. Происхожденіе солнца принимается какъ фактъ уже данный. Появленіе нашей планетной системы ставится въ связь съ событіемъ, такъ сказать, случайнымъ, представляющимъ эпизодъ въ позднѣйшей исторіи солнца. Это одна изъ отличительныхъ чертъ новой гипотезы. Принять такое болѣе позднее происхожденіе планетъ кажется намъ необходимымъ, такъ какъ данныя о вращеніи солнца и объ обращеніи планетъ на столько не согласуются между собою, что прямо наводятъ на мысль о происхожденіи планетъ при совершенно особенныхъ условіяхъ. На ту же мысль наводитъ также несоотвѣтствіе отношенія массы къ количеству движенія. Дѣйствительно, солнце заключаетъ въ себѣ 745 изъ 746 частей массы всей солнечной системы, въ то время какъ на его долю приходится лишь два процента количества движенія этой системы. Такое несоотвѣтствіе приводитъ къ убѣжденію, что уже послѣ образованія солнца появился какой-то новый агентъ, который и снабдилъ ту очень маленькую долю отдѣлившагося отъ солнца вещества большимъ запасомъ количества движенія. Мы принимаемъ, что произошло это благодаря такому простому событію, какъ прохожденіе вблизи солнца звѣзды или какого-либо другого тѣла, обладающаго большой массой. Благодаря этому отъ солнца оторвалась небольшая доля

его массы, которая была богато надѣлена количествомъ движенія нзъ запасовъ проходнвшаго мимо небеснаго тѣла. Такъ какъ въ небесныхъ пространствахъ имѣется сто милліоновъ или даже больше звѣздъ, которыя движутся въ различныхъ направленіяхъ и съ различной быстротой, подобно молекуламъ газа, то приближеніе ихъ другъ къ другу на близкія разстояиія или даже столкновенія между иими нужно считать иеизбѣжными. Такимъ образомъ наша гнпотеза вводитъ фактъ въ высшей степени вѣроятный. Замѣтимъ еще, что мы здѣсь предполагаемъ не столкновеиіе, а только приближеніе до извѣстной мѣры между звѣздами, а послѣднее должио случаться въ милліоны разъ чаще, чѣмъ настоящія столкновенія.

Способъ дѣйствія движущейся вблизи солнца звѣзды въ смыслѣ отрыванія отъ солица небольшого количества его вещества и полученія послѣднимъ большого количества движенія становится яснымъ при расширительномъ примѣненіи къ данпому случаю принципа Роша (Roche). Принципъ, высказанный Рошемъ миого лѣтъ тому назадъ и подтвержденный Максуэлломъ (Maxwell) и другими, состоитъ въ томъ, что если спутникъ прнблизится къ своей планетѣ на разстояніе равное 2,44 радіусамъ послѣдней, то онъ долженъ быть разорванъ силою днфференціальнаго притяженія (приливнаго дѣйствія) планеты, если только оба небесныхъ тѣла однородны и одной и той же плотности; прн этомъ сцѣплеиіе, упругость и всѣ агенты, вліяющіе на расширеніе, не принимаются во виимаиіе. Этотъ принципъ находитъ, однако, примѣненіе и для другнхъ случаевъ близкой встрѣчи небесныхъ тѣлъ, кромѣ спеціальнаго случая, изученнаго Рошемъ.

Если мы прннципъ Роша распространимъ на тѣла, обладающія большой наклонностью къ расширенію нли даже къ взрыву, каковымъ является и солнце, то становится очевиднымъ, чего мы должны при этомъ ожидать. Прнтяженіе движущейся вблизи солнца звѣзды мы должны счнтать притяженіемъ дифференціальнымъ, т. е. такимъ, какое мы имѣемъ при приливномъ дѣйствіи. Притяженіе это способствуетъ взрыву вдоль линіи, соединяющей взрывающееся небесное тѣло (солнце) со звѣздой. Въ то же время указанное прнтяженіе произведетъ сжатіе этого тѣла подъ прямымъ угломъ къ указанной линіи и, слѣдовательно, будетъ способствовать локализаціи и усилепію взрывнаго дѣйствія. Такимъ образомъ, дающее взрывъ небесиое тѣло уподобляется какъ бы двойному артиллерійскому орудію, скрѣплеиному и сжатому по-срединѣ и выбрасывающему снаряды въ направленіи къ проходящей вблизи звѣздѣ и иаправлеиіи, прямо противоположномъ. „Снаряды", направляющіеся къ звѣздѣ, не только прнвлекаются къ послѣдней, благодаря ея притяженію, — онѣ также отклоняются впередъ, благодаря ея собственному движенію. „Снаряды", выбрасываемые въ противоположиомъ направлеиіи, подвергаются дѣйствію, какъ разъ обратному, какъ это мы хорошо зиаемъ изъ законовъ приливнаго дѣйствія. Если выбрасываемыя массы во время своего полета будутъ въ

достаточной мѣрѣ отклонены, то онѣ пойдутъ по эллиптической, параболической или гиперболической орбитѣ вмѣсто того, чтобы обратно упасть на солнце, что онѣ сдѣлали бы въ отсутствіи отклоняющаго дѣйствія звѣзды.

Если дѣйствіе, исходящее отъ звѣзды въ направленіи ея собственнаго движенія, сравнительно мало, — что будетъ имѣть мѣсто въ томъ случаѣ, когда звѣзда мала или находится въ большомъ отдаленіи, — а взрывъ на солнцѣ произойдетъ, слѣдовательно, на небольшое разстояніе, то отдѣлившаяся масса упадетъ обратно на солнце. Въ этомъ случаѣ количество движенія, полученное этой массой отъ дѣйствія звѣзды, будетъ способствовать ускоренію или замедленію вращенія солнца, соотвѣтственно относительному направленію этого вращенія въ тотъ моментъ. Если звѣзда, увлекая отдѣлившееся тѣло за собою, произведетъ отклоняющее дѣйствіе, уносящее тѣло на разстояніе, бо́льшее радіуса солнца, то тѣло это станетъ вращаться по эллиптической орбитѣ вокругъ солнца. Исключеніе мы будемъ имѣть въ томъ случаѣ, когда отклоняющее дѣйствіе настолько велико, что приводитъ отдѣлившееся тѣло на параболическую или гиперболическую орбиту, уносящую его въ безконечность, или же на обратную эллиптическую орбиту вокругъ движущейся мимо звѣзды, дѣлая его такимъ образомъ спутникомъ послѣдней. Всѣ эти возможности не только можно себѣ просто представить; онѣ изучены подробно д-ромъ Мультономъ при точномъ анализѣ путей выброшенныхъ тѣлъ въ первыхъ девяти случаяхъ, приведенныхъ этимъ авторомъ въ его математическомъ изслѣдованіи, касающемся даннаго вопроса. Во всѣхъ этихъ случаяхъ относительно массы, положенія, орбиты и скорости движенія движущейся вблизи солнца звѣзды не сдѣлано ни одного предположенія, которое не находилось бы въ предѣлахъ возможнаго. Въ разобранныхъ въ дальнѣйшемъ 48 случаяхъ Мультонъ нашелъ, что энергія отдѣленія вещества можетъ быть очень значительной даже въ тѣхъ случаяхъ, когда звѣзда не обладаетъ бо́льшей массой, чѣмъ наше солнце, а приближеніе ея къ послѣднему даже превышаетъ разстояніе земли отъ солнца, хотя въ немногихъ случаяхъ приближеніе это было принято равнымъ указанному разстоянію или даже половинѣ его. Былъ обнаруженъ замѣчательный фактъ, что та же сила тяготѣнія, которая, согласно общему мнѣнію, является могущественнѣйшимъ агентомъ космической концентраціи, вмѣстѣ съ тѣмъ при условіи быстраго сближенія тѣлъ съ наклонностью къ взрывамъ, значительно способствуетъ разсѣиванію матеріи въ пространствѣ.

Въ дальнѣйшемъ было показано, что въ теченіе періода до 20 лѣтъ звѣзда можетъ оставаться на такомъ разстояніи отъ солнца, съ котораго она можетъ проявлять вышеописанное дѣйствіе. Въ среднемъ этотъ періодъ въ изученныхъ случаяхъ равенъ пяти годамъ.

Въ продолженіе указаннаго періода дѣйствія долженъ происходить, — это можно сказать почти съ полной увѣренностью, — цѣлый рядъ

взрывиыхъ импульсовъ. Послѣдние же должны дать въ результатѣ цѣлый потокъ въ видѣ пучностей или волнъ солнечнаго вещества въ сопровожденіи диффузно разсѣянной матеріи, — двухъ элементовъ, образующихъ, согласно нашему толкованію, узлы и собственно туманныя мѣста въ спиральныхъ туманностяхъ. Подобные потоки, понятно, должны были происходить на противоположныхъ сторонахъ солнца и должны были быть направленными въ противоположныя стороны, — опять таки черта, присущая всѣмъ спиральнымъ туманностямъ.

Нетрудно убѣдиться, что при указанныхъ условіяхъ появленіе описанныхъ образованій естественно, — пожалуй, даже неизбѣжно. Для воображенія утомительно слѣдить нѣсколько болѣе подробно за всей серіей возмущеній, вызываемыхъ въ извѣстной послѣдовательности звѣздой, виновницей этихъ явленій, до тѣхъ поръ пока она не удалится на такое разстояніе, гдѣ она уже недѣятельна. Но если мы за этимъ прослѣдимъ, то окажется, что въ каждый данный моментъ мы будемъ имѣть спираль съ двумя потоками, исходящими изъ двухъ противоположныхъ концовъ подвергшагося измѣненіямъ небеснаго тѣла и состоящими изъ узловъ и диффузно разсѣяннаго вещества; при этомъ, хотя и будетъ много неправильностей, симметрія въ общемъ сохранится. Согласно природѣ своего происхожденія, потоки будутъ находиться въ плоскости орбиты звѣзды, вызывающей описанныя явленія, а поэтому въ общемъ потоки эти будутъ расположены какъ бы по диску. Край всего образованія будетъ правильно эллиптическимъ. Образованіе указанной дисковидной формы какъ нельзя лучше подходитъ для того, чтобы послужить началомъ для группы планетъ, размѣщенныхъ въ видѣ диска, какъ это мы имѣемъ въ нашей солнечной системѣ.

Спиральная форма, — это слѣдуетъ отмѣтить, — относится къ потокамъ съ ихъ узлами и диффузно-разсѣяннымъ веществомъ, а не къ индивидуальнымъ путямъ движенія каждой изъ составныхъ частей въ отдѣльности. Считаютъ, что пути эти въ общемъ имѣютъ эллиптическую форму и что они находятся подъ вліяніемъ центральной массы спирали. Узлы непремѣнно должны обладать вращательнымъ движеніемъ; если же они велики, то они должны вліять на непосредственное движеніе вещества, находящагося въ сферѣ ихъ вліянія, — и такимъ образомъ существуютъ вращательныя движенія вокругъ второстепенныхъ центровъ, подчиненныя движенію вокругъ главнаго центра туманности.

Спиральная форма не можетъ существовать безконечно долго. Если центральная масса велика, а разсѣяніе вещества достигаетъ лишь умѣренной степени, то части, находящіяся внутри, должны вращаться гораздо быстрѣе, чѣмъ части наружныя. Благодаря этому спиральные потоки должны все болѣе и болѣе свертываться до тѣхъ поръ, пока они не сольются въ дискъ и не примутъ одной изъ формъ планетарныхъ туманностей. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ это превращеніе спирали

въ дискъ должно совершаться въ короткій періодъ. Но въ тѣхъ случаяхъ, когда разсѣяніе велико, а въ центрѣ остается мало вещества, разница въ скоростяхъ движенія различныхъ разсѣянныхъ частей можетъ быть небольшой, свертываніе спирали можетъ стать чрезвычайно медленнымъ, и существованіе послѣдней продолжительнымъ.

Математическія вычисленія д-ра Мультона ясно указываютъ на то, что для развитія спиральной туманности, подобной той, которая дала начала нашей планетной системѣ, разстояніе звѣзды отъ солнца должно было быть довольно значительнымъ. Дѣйствительно, въ этомъ случаѣ извергнута была лишь чрезвычайно малая часть цѣлаго, и разсѣяніе матеріи было сравнительно ограниченнымъ. Если же обладающія большой массой звѣзды, изъ которыхъ одна или обѣ обладаютъ большой наклонностью къ взрывамъ, встрѣтятся близко, при чемъ еще скорость приближенія будетъ чрезвычайно значительной, а путь движенія въ критическій моментъ будетъ обладать большой кривизной, то эффектъ будетъ гораздо болѣе значительный, и получится туманность гораздо большихъ размѣровъ и гораздо болѣе разсѣяннаго типа. Разсмотримъ, для примѣра, тотъ случай, когда звѣзда меньшей величины заходитъ за Рошевскую границу звѣзды болѣе крупной. Пусть звѣзда передъ тѣмъ, какъ начать оказывать взаимное вліяніе, обладаетъ средней скоростью звѣздъ зрѣлаго типа. При приближеніи этихъ небесныхъ тѣлъ другъ къ другу, скорости эти могутъ достигнуть такой величины, что, когда меньшая звѣзда пройдетъ черезъ Рошевскую границу большей звѣзды, ея скорость можетъ достигнуть, — и такой случай будетъ нерѣдкимъ, — нѣсколькихъ сотенъ километровъ въ секунду — въ зависимости отъ массы звѣздъ. Игнорируя на время разсѣяніе вещества, мы увидимъ, что меньшая звѣзда должна совершать вокругъ большей путь по коническому сѣченію съ большой кривизной, подвергаясь все время дѣйствію со стороны бо́льшаго небеснаго тѣла, крайне различному въ ея различныхъ точкахъ. Согласно Рошевскому принципу этого достаточно, чтобы разбить въ куски меньшую звѣзду, если она представляетъ собою пассивное тѣло, сохраняющееся въ цѣлости лишь благодаря собственной силѣ тяготѣнія своихъ частей; т. е. послѣдняя въ данномъ случаѣ будетъ нейтрализована съ нѣкоторымъ излишкомъ. Изъ этого слѣдуетъ, что въ этомъ процессѣ вся способность звѣзды къ расширенію переходитъ въ работу разсѣянія вещества. Но все это совершается не моментально и при томъ въ извѣстномъ порядкѣ. Звѣзда въ теченіе своего приближенія подвергается приливному удлиненію, при чемъ спереди и сзади появляются конусы прилива, а средняя часть сдавливается. По мѣрѣ приближенія конусы становятся все выше и заостреннѣе, а средина все больше сдавливается, такъ что когда звѣзда заходитъ за Рошевскую границу, она представляетъ изъ себя скорѣе веретенообразное тѣло, чѣмъ шаръ. Кромѣ того, она все время подвергается тренію вслѣдствіе измѣненія направленія взаимнаго притяженія обѣихъ звѣздъ. Такимъ образомъ,

приливные конусы постоянно отстають, потому что всякое газообразное тѣло обладаетъ вязкостью. Мы можемъ сказать, что вся взрывная сила малой звѣзды освобождается во время ея вступленія за Рошевскую границу, и что взрывное дѣйствіе все время направляется впередъ и назадъ, благодаря дифференціальному дѣйствію притяженія со стороны большей звѣзды. Въ виду того, что приливные конусы — два жерла нашего гигантскаго орудія — всегда отстають, а также въ виду того, что путь, описываемый вокругъ большого небеснаго тѣла, обладаетъ большой кривизной, выбрасываемыя тѣла при своемъ полетѣ направлены не прямо къ большой звѣздѣ и въ противоположную сторону, а къ точкѣ, находящейся нѣсколько позади, и къ соотвѣтственно противоположной. Само „артиллерійское орудіе“ находится въ состояніи быстраго вращенія и „снаряды“, выбрасываемые одинъ за другимъ, движутся по различнымъ путямъ. Это можетъ помочь непосвященному представить себѣ, какъ въ каждый данный моментъ будутъ относиться другъ къ другу тѣла, послѣдовательно выбрасываемыя во время этого вращенія. По теоріи при этихъ условіяхъ будетъ разсѣяно почти все вещество меньшей звѣзды. Ваше артиллерійское орудіе является въ одно и то же время и орудіемъ и складомъ снарядовъ. Только вслѣдствіе того, что дѣйствительность не вполнѣ совпадаетъ съ теоріей, часть вещества остается нетронутой въ видѣ ядра спирали. Встрѣчаются спиральныя туманности съ небольшими ядрами. Понятно, онѣ должны встрѣчаться сравнительно рѣдко, такъ какъ захожденіе за Рошевскую границу не можетъ случаться часто. Впрочемъ, вѣроятность такого прохожденія еще въ шесть разъ больше, чѣмъ вѣроятность столкновенія.

Покуда въ насъ свѣжо представленіе о веретенообразно вытянутыхъ тѣлахъ, замѣтимъ, что столкновеніе небесныхъ тѣлъ по касательнымъ или подъ угломъ не слѣдуетъ себѣ представлять, какъ это слишкомъ часто дѣлаютъ, въ видѣ столкновенія шаровъ, движущихся по прямымъ линіямъ. Въ разбираемыхъ случаяхъ мы имѣемъ дѣло съ соприкосновеніемъ или съ захожденіемъ другъ на друга двухъ удлиненныхъ, слегка согнутыхъ веретенообразныхъ тѣлъ, движущихся съ значительной силой вокругъ ихъ общаго центра тяжести, по коническимъ сѣченіямъ съ большой кривизной.

Столкновенія, само собою понятно, должны встрѣчаться рѣдко сравнительно съ ведущими къ разсѣянію вещества приближеніями различныхъ типовъ. О столкновеніяхъ мы упомянемъ здѣсь только для полноты. Столкновеніе подъ угломъ мы можемъ поставить тотчасъ же послѣ соприкосновенія по касательной; оно безъ сомнѣнія должно дать разсѣяніе въ видѣ спирали. Столкновеніе центральное должно вести къ чрезвычайно значительному разсѣянію — радіальному или неправильной формы.

Спиральная, вихреобразная форма, которую получаетъ одно скопленіе вещества при движеніи возлѣ другого скопленія, по всей вѣ-

роятности, сохраняетъ свое значеніе не только въ случаѣ сплошныхъ тѣлъ, каковы, напримѣръ, отдѣльныя звѣзды. Форма эта получается также и въ случаѣ скопленія звѣздъ, когда подобныя скопленія взаимно приближаются, приходя въ соотвѣтствующее движеніе одно по отношенію къ другому. Это самое съ еще большей увѣренностью можно утверждать о томъ случаѣ, когда одно такое скопленіе проходитъ сквозь другое по кривымъ линіямъ. Такимъ образомъ, если даже окажется вѣрнымъ тотъ встрѣчающій серьезныя возраженія взглядъ, что нѣкоторыя изъ самыхъ большихъ спиральныхъ туманностей представляютъ собою не что иное, какъ чрезвычайно отдаленныя скопленія звѣздъ, то и тогда мы здѣсь будемъ имѣть дѣло съ примѣненіемъ, хотя и высшаго порядка, того же принципа разсѣянія отъ приближенія. Нужно имѣть всегда въ виду, что скопленія вещества съ отдѣльными центрами тяготѣнія, все равно будутъ ли то скопленія непрерывныя или нѣтъ, движутся одно возлѣ другого не по прямымъ линіямъ и не равномѣрно. Всегда при этомъ происходитъ движеніе по эллипсамъ, параболамъ или гиперболамъ, всегда движеніе при этомъ ускоряется; при томъ еще начинаетъ сказываться дѣйствіе разностнаго притяженія, которое увеличивается по мѣрѣ взаимнаго приближенія и кладетъ свой отпечатокъ на общій результатъ.

Приписывая происхожденіе большинства спиральныхъ туманностей эффекту взаимнаго приближенія звѣздъ, наша гипотеза хорошо согласуется съ тѣмъ фактомъ, что число спиральныхъ туманностей значительно превосходитъ число туманностей другого рода. Указывая на этотъ фактъ, Келеръ (Keeler) замѣтилъ, что спиральныя туманности должны быть обязаны своимъ происхожденіемъ какой-нибудь весьма обычной причинѣ. Принимая во вниманіе многочисленность звѣздъ, разнообразіе ихъ путей и различія въ скорости ихъ движенія, трудно себѣ представить явленіе болѣе обычное, чѣмъ тѣсное приближеніе между звѣздами. Но достаточная частота въ этомъ случаѣ имѣетъ наименьшее значеніе. Для того, чтобы удовлетворять требованіямъ дѣйствительности, гипотеза должна выставлять факты, не только обладающіе большой частотой, но и могущіе дать слѣдующіе результаты: 1) спиральную форму, предполагающую дѣйствіе силы одновременно по радіусу и по касательной, 2) пульсаторный эффектъ, находящій свое выраженіе въ потокахъ, состоящихъ изъ узловъ и диффузно-разсѣяннаго вещества, и 3) двойное истеченіе изъ центра, принимающее форму двухъ потоковъ, расходящихся въ противоположныя стороны и диффузно развѣтвляющихся въ своихъ отдаленныхъ концахъ.

Среди небесныхъ скопленій мы не имѣемъ болѣе опредѣленно очерченныхъ, чѣмъ спиральныя туманности, и все таки онѣ встрѣчаются особенно часто, представляя собою самый обычный типъ туманностей Столкновеніе подъ угломъ, какъ уже сказано, безъ сомнѣнія, можетъ вызвать извѣстный классъ весьма разсѣянныхъ туманностей. Однако, сомнительно, чтобы оно могло вызвать не то, что всѣ степени

и виды спиральныхъ туманностей, а хотя бы только большинство ихъ, съ другой стороны вѣроятность столкновенія сравнительно мала. Но даже постольку, поскольку столкновеніе является достаточной причиной, оно въ сущности предполагаетъ тѣ же принципы дѣйствія, что и разсѣяніе въ случаяхъ приближенія. Такимъ образомъ, столкновеніе является лишь послѣднимъ представителемъ длинной серіи явленій, менѣе катастрофическіе члены которой составляютъ большинство дѣйствительныхъ случаевъ. Столкновенія подъ угломъ, повидимому, встрѣчаются слишкомъ рѣдко, чтобы давать начало такой часто встрѣчающейся и такой разнообразной группѣ, каковой являются спиральныя туманности. Поэтому столкновенія слѣдуетъ считать однимъ изъ источниковъ спиральныхъ туманностей, но источникомъ не единственнымъ. Вѣроятность приближенія, ведущаго къ разсѣянію, больше вѣроятности столкновенія въ 1—10 милліоновъ разъ; и все таки, если мы примемъ еще во вниманіе непримѣтность самыхъ малыхъ туманностей, то для насъ будетъ неяснымъ, достаточно ли для объясненія происхожденія огромнаго количества туманностей одного только момента приближенія. Но это будетъ только въ томъ случаѣ, если мы примемъ, что туманности, имѣющіяся въ настоящее время на лицо, существуютъ благодаря нормальнымъ движеніямъ нынѣ намъ извѣстныхъ звѣздъ. Если же, согласно гипотезѣ Каптейна (Kapteyn), признать, что большое облако звѣздъ въ настоящее время проходитъ сквозь другое, то число встрѣчъ, приводившихъ къ разсѣянію, могло быть необычайно великимъ, а вмѣстѣ съ тѣмъ могло быть чрезвычайно значительнымъ и число спиральныхъ туманностей.

Занявшись нѣсколько подробнымъ изложеніемъ нашей концепціи о происхожденіи спиральныхъ туманностей, мы далеко уклонились отъ планетной проблемы, съ которой мы начали свои разсужденія. Итакъ, возвратимся къ той скромной туманности, которая, согласно гипотезѣ, отдѣлилась отъ нашего солнца и предназначена была для образованія семьи планетъ, на одной изъ которыхъ мы обитаемъ. Первоначально, само собой разумѣется, матеріалъ, изъ котораго образовались планеты, былъ ничѣмъ инымъ, какъ солнечной субстанціей, а, слѣдовательно, въ большей своей части, если не сполна, находился въ газообразномъ состояніи. Это газообразное вещество выбрасывалось послѣдовательными толчками, вызванными повторными взрывными дѣйствіями. Эти толчки, или волны, привели къ образованію узловъ неправильной формы, сопровождавшихся веществомъ, находившимся въ состояніи крайняго разсѣянія.

Толчкообразная, пульсаціонная дѣятельность, повидимому, характерна для постоянно взрывающихся тѣлъ, какимъ, напримѣръ, является солнце. Выбрасываніе „протуберанецъ" солнцемъ можетъ служить хорошей иллюстраціей въ этомъ отношеніи. При существованіи подходящихъ агентовъ такая дѣятельность имѣетъ всѣ шансы стать ритмичной. Существованіе такихъ агентовъ можно предполагать

при образованіи солнечной туманности. Каждое сфероидальное тѣло обладаетъ опредѣленнымъ пульсаціоннымъ періодомъ, характернымъ для него, и этотъ періодъ, безъ сомнѣнія, долженъ вліять въ смыслѣ періодичности на каждый агентъ, сильно воздѣйствующій на тѣло. Нагоака (Nagoaka) считаетъ, что послѣдовательность изверженій Кракатоа во время его катастрофическаго дѣйствія въ 1883 году въ существенныхъ чертахъ объясняется пульсаціонной періодичностью, характерной для земли. Можно предполагать, что пульсаціонный періодъ первичнаго солнца вліялъ на послѣдовательность взрывовъ, вызванныхъ все болѣе увеличивавшимся вліяніемъ двигавшейся возлѣ солнца звѣзды.

Слѣдуетъ принять во вниманіе факторъ, можетъ быть, еще болѣе вліятельный. Необходимо предположить, что плоскость орбиты звѣзды, вліявшей на солнце, пересѣкала экваторіальную плоскость первичнаго солнца въ косомъ направленіи. На это прямо указываетъ наклоненіе плоскости экватора солнца къ неизмѣнной плоскости планетной системы, равно какъ необыкновенно медленное вращеніе солнца вокругъ своей оси, что, повидимому, указываетъ на поворотъ въ другую сторону первичнаго вращательнаго движенія солнца. Когда приливные конусы, вызываемые воздѣйствіемъ звѣзды, пересѣкали экваторіальный поясъ солнца, они приходили въ соприкосновеніе съ взрывнымъ поясомъ послѣдняго, благодаря чему эффектъ усиливался. На этотъ эффектъ вліяли еще верхнія центробѣжныя компоненты вращенія, воздѣйствовавшія на экваторіальный поясъ. Соединенное взрывное дѣйствіе, получавшееся при этомъ, должно было быть особенно значительнымъ. Оно, вѣроятно, болѣе или менѣе совпадало съ положеніемъ звѣзды въ перигеліи, во время котораго ея разностный эффектъ былъ наибольшимъ. Эта одновременность дѣйствія нѣсколькихъ агентовъ, возможно, является спеціальной причиной бо́льшей величины и бо́льшаго отдаленія отъ солнца самыхъ большихъ планетъ.

При импульсахъ изверженія не пришедшіе въ равновѣсіе элементы, естественно, сообщали вращательное движеніе узламъ, а къ этому еще присоединялась тенденція къ вращенію, которой послѣдніе обладали, какъ элементы солнца. Такимъ образомъ, уже съ самаго начала существовала наклонность къ вращенію. Большіе узлы, конечно, вліяли на движенія меньшихъ узловъ, которые извергались вмѣстѣ съ первыми и держались вблизи ихъ, находясь въ ихъ „сферѣ вліянія" въ спеціальномъ смыслѣ этого выраженія. Въ вихреобразныхъ движеніяхъ каждой группы узловъ, извергаемыхъ при каждомъ данномъ взрывѣ, существовала естественная тенденція установиться въ общей плоскости. Узлы въ общемъ должны были обладать общимъ направленіемъ вращенія, но въ нѣкоторыхъ случаяхъ, очевидно, могло произойти обращеніе движенія въ другую сторону. Здѣсь мы имѣемъ дѣло съ происхожденіемъ спутниковъ.

Отдѣляясь отъ солнца, вещество подверглось значительному расширенію и послѣдующему охлажденію; а затѣмъ, когда вещество это

двигалось черезъ междузвѣздное пространство, слѣдовало дальнѣйшее охлажденіе. Большая часть матеріи должна была поэтому перейти изъ своего первоначальнаго газообразнаго состоянія въ состояніе жидкое и твердое. Особенно это относится къ веществамъ съ высокой точкой плавленія и кипѣнія, веществамъ, составляющимъ наибольшую часть земли и, вѣроятно, также и другихъ планетъ. Весьма разрѣженная въ началѣ матерія туманности едва ли могла долго оставаться въ другомъ состояніи, чѣмъ въ жидкомъ и твердомъ; но, понятно, въ первое время твердыя и жидкія тѣла находились въ состояніи мелкаго раздробленія. Въ виду того, что температурная скала жидкихъ тѣлъ невелика, мы ради удобства можемъ называть охлажденную матерію вообще твердой. Узлы могли сохранить въ большей степени также и газообразное состояніе; но неправильная форма, которую они принимаютъ въ столь многихъ случаяхъ, повидимому, лучше согласуется съ тѣмъ взглядомъ, что они состоятъ въ большей своей части изъ мелко раздробленнаго твердаго вещества, обладающаго движеніемъ по орбитамъ. Безъ сомнѣнія, газы составляютъ замѣтную часть этихъ узловъ; кромѣ того, множество изолированныхъ молекулъ внѣ узловъ описываютъ независимыя орбиты вокругъ нихъ.

Такимъ образомъ, согласно развиваемымъ здѣсь представленіямъ, туманность образовалась въ главной своей части изъ молекулъ и мелко раздробленныхъ тѣлъ, совершавшихъ орбитальное движеніе вокругъ солнечнаго центра и, во вторую очередь, вокругъ центровъ тяжести узловъ. Движеніе этихъ мелкихъ тѣлъ было такого же типа, какъ и движеніе планетоидовъ и планетъ, почему эти тѣла и были названы планетезималями. Гипотеза же, одинъ изъ характерныхъ элементовъ которой составляетъ существованіе планетезималей, была названа гипотезой планетезимальной. Тѣ мелкія тѣла, которыя кромѣ вращенія вокругъ солнечнаго центра вращались также вокругъ центровъ тяготѣнія узловъ, могутъ быть названы для особенной точности сателлитезималями (satelles — спутники); но терминъ „планетезималь" является терминомъ родовымъ и обнимаетъ собою весь классъ мелкихъ тѣлъ, движущихся по орбитамъ, аналогичнымъ орбитамъ планетъ.

Теперь мы имѣемъ все, что намъ нужно для объясненія дальнѣйшаго механизма эволюціи. Все вытекаетъ отсюда по законамъ небесной механики; намъ не нужно здѣсь вдаваться въ детали. Узлы, составлявшіе естественные центры роста, сгустились изъ газообразнаго вещества и выросли въ планеты, планетоиды и спутники. Эксцентричность, косвенное направленіе и неправильности всякаго рода, составлявшія частое явленіе въ первоначальныхъ орбитальныхъ движеніяхъ, вызывали частое скрещиваніе орбитъ, а это вело, въ свою очередь, къ росту планетъ. Перемѣна направленія орбитъ, вызывавшаяся взаимными притяженіями внутри системы, постоянно приводила къ новымъ соотношеніямъ и способствовала дальнѣйшей агломераціи, пока, наконецъ, большинство планетезималей не образовало аггрегатовъ въ видѣ спо-

собныхъ къ дальнѣйшему росту планетъ, планетоидовъ и спутниковъ. Возможно, что извѣстная часть планетезималей осталось внѣ аггрегатовъ; возможно и то, что явленія зодіакальнаго свѣта и противосіянія объясняются существованіемъ этихъ планетезималей.

Комбинація множества тѣлъ, двигавшихся по нѣсколько неправильнымъ и эксцентричнымъ орбитамъ, по необходимости приводила къ болѣе ограниченному числу орбитъ, теперь уже болѣе циркулярныхъ. Наиболѣе разросшіяся ядра, очевидно, должны были двигаться по наиболѣе циркулярнымъ орбитамъ. Это хорошо видно на нашей планетной системѣ: планетоиды особенно эксцентричны, а малыя планеты, Меркурій и Марсъ, обладаютъ орбитами, болѣе эксцентричными, чѣмъ большія планеты. Механическія причины приводили къ тому, что каждое изъ ядеръ двигалось по большей или меньшей орбитѣ соотвѣтственно количеству планетезималей съ большими или меньшими орбитами, присоединявшихся къ этому ядру. Въ результатѣ находившіяся въ періодѣ роста планеты имѣли наклонность поддаваться автоматически въ направленіи менѣе занятыхъ пространствъ. Вѣроятно, особенности распредѣленія массы въ туманности вызвали существованіе зонъ стойкихъ и нестойкихъ, а планетезимальныя орбиты были, благодаря той же причинѣ, болѣе или менѣе сгруппированы въ стойкихъ зонахъ. Послѣднее обстоятельство также должно было вліять на ростъ и положеніе планетныхъ ядеръ. Законъ Боде, можетъ быть, пріобрѣтаетъ такимъ образомъ физическое значеніе.

Но, спросятъ насъ, какъ обстоитъ дѣло съ направленіемъ вращенія планетъ? Вотъ здѣсь-то и заключается трудность.

Въ то время, когда впервые выставлена была излагаемая здѣсь гипотеза, существовалъ давно уже твердо установленный законъ, согласно которому планеты, образовавшіяся изъ цѣльныхъ колецъ, должны вращаться въ направленіи своего орбитальнаго движенія, т. е. впередъ, а планеты, образовавшіяся изъ многихъ отдѣльныхъ тѣлъ, двигавшихся по независимымъ орбитамъ, должны вращаться въ направленіи обратномъ. Если этотъ законъ вѣренъ для всѣхъ случаевъ, то какъ бы ни согласовалась наша планетезимальная гипотеза со многими извѣстными намъ фактами, значеніе ея оказалось бы серьезно подорваннымъ данными относительно направленія вращенія планетъ. Дѣло въ томъ, что изъ восьми планетъ шесть вращаются въ направленіи впередъ. Двѣ другія, повидимому, вращаются косвенно въ направленіи обратномъ ихъ орбитальному движенію, по крайней мѣрѣ ихъ спутники вращаются въ этомъ направленіи. Понятно, вращеніе этихъ двухъ послѣднихъ планетъ, вызываетъ большое затрудненіе для кольцевой теоріи, но все таки послѣдняя имѣетъ большое преимущество передъ планетезимальной гипотезой, если только разсужденія, на которыхъ основывается приведенный взглядъ, можно считать обоснованными и если они примѣнимы къ данному случаю.

Разсужденія эти состоятъ въ слѣдующемъ. Въ кольцевидныхъ тѣлахъ, которыя вращаются вокругъ своей оси, какъ цѣльная единица, наружныя части движутся быстрѣе, чѣмъ внутреннія и, кромѣ того, каждая точка въ наружной части при каждомъ оборотѣ кольца совершаетъ одинъ оборотъ вокругъ соотвѣтственной точки во внутренней части въ направленіи движенія кольца. Если поэтому кольцо какимъ-либо нормальнымъ путемъ соберется въ сфероидъ, то послѣдній унаслѣдуетъ отъ кольца осевое вращеніе впередъ. Наоборотъ, если кольцевидный поясъ составленъ изъ небольшихъ тѣлъ, вращающихся по независимымъ орбитамъ, подобно тѣламъ, составляющимъ кольца Сатурна, то внутреннія тѣла должны двигаться быстрѣе, чѣмъ наружныя, и, слѣдовательно, если эти тѣла соберутся въ аггрегаты нормальнымъ путемъ, то слѣдуетъ предположить, что вращеніе этихъ аггрегатовъ должно быть обратнымъ. Вотъ здѣсь-то, на первый взглядъ, заключается непреодолимое препятствіе для всякой орбитальной гипотезы, а вѣдь планетезимальная гипотеза наиболѣе типичная изъ нихъ.

Но являются ли эти разсужденія пріемлемыми? Въ случаѣ, котораго эти разсужденія касаются, орбиты представляютъ собою окружности. Толчкомъ для всего этого хода разсужденій, какъ и для всей кольцевой гипотезы, очевидно, послужили кольца Сатурна. Это и естественно, такъ какъ казалось, что въ этихъ кольцахъ мы имѣемъ остатки прогресса эволюціи, какъ бы провиденціально сохраненные для того, чтобы насъ поучать. Между тѣмъ Роше и Максвеллъ на основаніи теоретическихъ разсужденій показали, что они насъ поучаютъ чему-то совсѣмъ другому, а Кейлеръ помощью спектроскопа установилъ, что Сатурновы кольца состоятъ изъ отдѣльныхъ твердыхъ тѣлъ, а не изъ газовъ, какъ это принимала гипотеза Лапласа (Laplace). Орбиты отдѣльныхъ частей, изъ которыхъ кольца состоятъ, имѣютъ приблизительно форму окружностей, и, если бы какой-либо систематическій процессъ собралъ эти части въ отдѣльные аггломераты, то эти послѣдніе, по всей вѣроятности, вращались бы въ направленіи, обратномъ орбитальному движенію; во всякомъ случаѣ это еще зависитъ отъ особенностей того процесса, благодаря которому произошла аггломерація. Но намъ нѣтъ надобности останавливаться долго на этомъ случаѣ, такъ какъ онъ представляетъ исключеніе. Сатурновы кольца образовались при условіяхъ, выставленныхъ Рошемъ, и представляютъ изъ себя явленіе рѣдкое. Большинство орбитъ небесныхъ тѣлъ не имѣютъ формы окружностей и не расположены концентрически, подобно этимъ кольцамъ. Орбиты имѣютъ вообще форму эллипсовъ, орбиты же планетезималей, согласно гипотезѣ, были эллиптическими въ высокой степени.

Скорость движенія тѣла по внутренней эллиптической орбитѣ въ общемъ выше чѣмъ скорость движенія по наружной орбитѣ того же типа, какъ и въ случаѣ орбитъ, имѣющихъ форму окружностей. Однако, въ тѣхъ точкахъ, гдѣ внутренняя орбита пересѣ-

каетъ внѣшнюю и гдѣ тѣла, движущіяся по этимъ орбитамъ, только и могутъ встрѣтиться, скорость тѣла, движущагося по наружной орбитѣ, выше скорости движенія тѣла, движущагося по внутренней, т. е. мы имѣемъ здѣсь нѣчто какъ-разъ противоположное вышеприведенному закону. Это можно доказать математически, но для непосвященнаго лучше представить это наглядно. Это легко сдѣлать для болѣе простыхъ случаевъ. Если представить себѣ эллиптическую орбиту, помѣщенную концентрически внутри большей орбиты того же типа, то столкновеніе въ такомъ случаѣ невозможно. Столкновеніе произойдетъ только въ томъ случаѣ, если большія оси расположены такимъ образомъ, что болѣе или менѣе отдаленная (находящаяся въ положеніи афелія) часть меньшей орбиты совпадаетъ съ болѣе или менѣе приближенной (находящейся въ положеніи перигелія) частью большей орбиты. Въ томъ частномъ случаѣ, когда точка афелія внутренней орбиты какъ разъ совпадетъ съ точкой перигелія орбиты наружной, легко видѣть, что, начиная отъ этой точки, тѣло, движущееся по внутренней орбитѣ, все болѣе приближается къ центральному тѣлу и именно потому, что скорость его движенія недостаточна для того, чтобы его удержать въ положеніи афелія. Съ другой стороны, начиная отъ той же точки, другое тѣло движется по наружной орбитѣ, все болѣе удаляясь отъ центральнаго; и это потому, что скорость его больше чѣмъ это нужно для удержанія его въ положеніи перигелія, т. е. въ томъ же разстояніи отъ центральнаго тѣла, въ какомъ находится точка совпаденія обѣихъ орбитъ. Если орбиты пересѣкаютъ другъ друга, то изслѣдованіе открываетъ аналогичныя отношенія между обѣими скоростями, хотя въ этомъ случаѣ это и менѣе наглядно. Встрѣчаются и такіе случаи, гдѣ приходится прибѣгать уже только къ математическому анализу. Послѣдній показываетъ, что разобранныя выше отношенія имѣютъ значеніе достаточно общее, но не универсальное.

Вращательный эффектъ встрѣчи двухъ тѣлъ, движущихся по эллипсамъ, будетъ различнымъ, въ зависимости отъ спеціальныхъ условій ихъ встрѣчи. Будемъ помнить, что тѣло, движущееся по большей орбитѣ, въ критическій моментъ движется быстрѣе. Тогда намъ станетъ яснымъ, что, если столкновеніе произойдетъ тогда, когда тѣло съ меньшей орбитой находится въ состояніи приближенія къ общей точкѣ орбитъ, результирующее вращеніе вокругъ оси будетъ направлено впередъ; въ томъ же случаѣ, когда это тѣло къ указанному моменту успѣетъ уже пройти за общую точку, вращеніе будетъ направлено назадъ. Если взять большое число столкновеній, то много вѣроятія за то, что мы встрѣтимся съ обоими случаями. Общій эффектъ присоединенія отдѣльныхъ планетезималей къ узлу будетъ опредѣляться равнодѣйствующей всѣхъ отдѣльныхъ эффектовъ. Пространства, внутри которыхъ столкновенія имѣютъ тенденцію давать вращеніе впередъ, болѣе обширны, чѣмъ пространства другого рода. Такимъ образомъ болѣе вѣроятнымъ является вращеніе впередъ, но

отступающія отъ нормы или специальныя распредѣленія тѣлъ дѣлаютъ возможными вращенія обратныя и косвенныя.

Столь же важнымъ, какъ направленіе вращенія является тотъ фактъ, что скорость вращенія измѣряется не простой суммой эффектовъ столкновенія одинаковаго знака, но алгебраической суммой эффектовъ противоположныхъ знаковъ. Такимъ образомъ скорость эта можетъ быть низкой или высокой соотвѣтственно отношенію противоположныхъ результатовъ столкновенія.

Всѣ эти данныя согласуются съ тѣмъ, что имѣетъ мѣсто въ дѣйствительности. Дѣло въ томъ, что скорости движенія, положенія осей и направленіе вращенія планетъ весьма разнообразны, что не согласуется съ тѣмъ, что было бы при рядѣ концентрацій вещества изъ одного общаго источника. Вращенія въ однихъ случаяхъ медленныя, въ другихъ быстрыя: въ однихъ случаяхъ они имѣютъ направленіе впередъ, въ другихъ назадъ, въ третьихъ въ косвенномъ направленіи, — вращенія вокругъ осей съ наклономъ въ различныя стороны — все это согласуется съ предположеніемъ о концентраціи многихъ орбитъ въ немногія, какъ это принимается планетезимальной гипотезой. Правда, гипотеза эта должна была натолкнуться на своемъ пути на препятствіе; но, какъ мы видѣли, послѣднее было связано со спеціальнымъ и исключительнымъ случаемъ.

Самаго важнаго свидѣтельства въ пользу той или иной теоріи происхожденія планетъ слѣдуетъ, пожалуй, искать въ самихъ планетахъ, какъ они намъ представляются къ концу ихъ эволюціи. Особенно это касается нашей земли, такъ какъ она доступна нашему непосредственному наблюденію. Лапласова и планетезимальная гипотезы были доведены до ихъ спеціальнаго примѣненія къ планетамъ; онѣ дали намъ опредѣленныя предположенія о раннихъ стадіяхъ развитія земли. Эти стадіи представляютъ собой первую главу исторіи земли. Согласованность указанныхъ предположеній съ позднѣйшими событіями исторіи земли, записанными ею самою, свидѣтельствуетъ въ пользу вѣрности этихъ предположеній.

Рядъ послѣдовательныхъ картинъ развитія земли по Лапласу общеизвѣстенъ. Картины эти слѣдующія: 1) шаръ, состоящій изъ газовъ; 2) шаръ изъ до-бѣла раскаленной лавы, окруженный обширной атмосферой; 3) шаръ, покрытый твердой корой, поверхъ которой почти вездѣ имѣется вода, и окруженный сверхъ того атмосферой, еще очень насыщенной водяными парами; 4) серія медленныхъ внутреннихъ и наружныхъ измѣненій. Такимъ образомъ земной шаръ постепенно выходилъ изъ жидкаго состоянія; вся эта эволюція должна была характеризоваться концентрическимъ распредѣленіемъ вещества, типичнымъ для жидкостей; такое распредѣленіе должно было наложить свою печать на конечномъ продуктѣ эволюціи, долженствующемъ быть предметомъ нашихъ провѣрочныхъ наблюденій.

Рядъ картинъ развитія, выставляемый планетезимальной гипотезой, совершенно отличается отъ только что приведенныхъ. Вначалѣ имѣлось ядро въ видѣ узла, частью газообразнаго, частью состоявшаго изъ мелкихъ тѣлъ, двигавшихся по орбитамъ. Ядро это составляло, можетъ быть, третью часть, а, можетъ быть, и половину конечной массы. Послѣ концентраціи узла въ ядро земного шара наступилъ періодъ очень медленнаго роста, обусловливаемаго присоединеніемъ къ этому ядру разсѣянныхъ планетезималей. Паденіе многочисленныхъ планетезималей на земное ядро вырабатывало большое количество тепла, главнымъ образомъ, въ верхнихъ слояхъ находившейся въ періодѣ роста атмосферы; тепло это легко и быстро излучалось въ пространство. Вещества магнитныя и неэластичныя легче присоединялись къ ядру, чѣмъ вещества немагнитныя и эластичныя. Происходило это потому, что магнитное притяженіе присоединялось къ дѣйствію силы тяжести, и потому еще, что орбитальное движеніе неэластичныхъ планетезималей, благодаря столкновеніямъ, прекращалось скорѣе, чѣмъ движеніе планетезималей эластичныхъ. Такимъ образомъ металлъ и горныя породы съ характеромъ основаній собрались главнымъ образомъ въ центрѣ земли, а болѣе эластичныя вещества собрались въ позднѣйшее время, а слѣдовательно — главнымъ образомъ въ наружныхъ частяхъ. Во всякомъ случаѣ планетезимали состояли изъ весьма неоднороднаго вещества. Проникая въ атмосферу, онѣ, благодаря удару, раскалялись и въ большой части превращались въ пыль, которая неслась въ атмосферѣ по волѣ вѣтровъ, покуда сила тяжести или атмосферные осадки не приносили ее на сушу или въ океанъ. Это пареніе въ атмосферѣ вліяло, какъ просѣиваніе сквозь сито, отдѣляя до нѣкоторой степени вещество болѣе тяжелое отъ болѣе легкаго и способствуя дифференціаціи тѣла земли по удѣльному вѣсу. Эта дифференціація поддерживалась еще все болѣе увеличивавшейся гидросферой. Въ дальнѣйшемъ дѣйствіе атмосферы и гидросферы ограничивалось все болѣе увеличивавшимися деформаціями тѣла земли. Соединенное дѣйствіе всѣхъ этихъ процессовъ вело къ выступанію на поверхности континентовъ болѣе легкихъ матеріаловъ и къ скопленію на большихъ глубинахъ матеріаловъ болѣе тяжелыхъ. Радіоактивныя вещества, находившіяся вначалѣ безъ всякаго порядка въ неоднородной массѣ земного шара, находившагося въ періодѣ роста, образовали множество вырабатывавшихъ тепло центровъ. Эти источники тепла вмѣстѣ съ разными другими, появлявшимися въ подвергающейся сжатію массѣ земли, вызвали мѣстами превращеніе въ жидкую форму тѣхъ веществъ, которыя отличаются особенной плавкостью или растворимостью. Эти жидкія части подъ вліяніемъ постоянно смѣнявшихъ другъ друга расширенія и сжатія земли пролагали себѣ путь наружу, обусловливая собою первоначальное вулканическое дѣйствіе земли. Радіоактивныя вещества при этомъ также подымались къ поверхности земли, гдѣ они концентрировались. Условія для жизни на землѣ появились рано, и, безъ сомнѣнія, жизнь не замедлила явиться и принимала участіе въ

процессахъ роста земли. Такимъ образомъ земля мало-по-малу достигала зрѣлаго состоянія и вступила въ періодъ позднѣйшей исторіи, слѣды которой сохранились въ извѣстныхъ намъ геологическихъ пластахъ. Въ общемъ исторію земли вкратцѣ можно характеризовать, какъ медленный ростъ скелета земли, покрытой медленно растущей гидросферой и окруженной медленно растущей атмосферой.

Предоставимъ спеціалистамъ-ученымъ и времени произвести сравнительную критику этихъ двухъ серій картинъ развитія. Нашего особеннаго вниманія заслуживаютъ нѣкоторые важные, недавно установленные факты, которые должны будутъ имѣть большое вліяніе на будущіе взгляды объ эволюціи земли.

Прежде всего отмѣтимъ фактъ смѣны холодныхъ и теплыхъ климатовъ, имѣвшей мѣсто безпрестанно, начиная съ древнѣйшихъ, доступныхъ нашему изслѣдованію временъ. Цѣлый рядъ компетентныхъ изслѣдованій сдѣлали этотъ фактъ стоящимъ выше всякихъ сомнѣній. Во-вторыхъ, укажемъ на глубокую дифференціацію веществъ земного шара по ихъ удѣльному вѣсу, доказанную Гайфордомъ (Hayford) на основаніи геодезическихъ данныхъ. Въ третьихъ, важное значеніе имѣетъ фактъ концентраціи радіоактивныхъ веществъ въ периферическихъ частяхъ земного шара, что установлено изслѣдованіями Стрётта (Strutt), Жюли (Joly), Голмиса (Holmes) и др. Наконецъ, въ четвертыхъ, весьма замѣчательна большая степень твердости земли, впервые установленная Кельвиномъ (Kelvin) и др. Фактъ этотъ подтвержденъ сейсмическими данными, собранными цѣлымъ рядомъ авторовъ, а также изслѣдованіями посредствомъ маятниковъ, произведенными Гекеромъ (Hecker); въ послѣднее же время фактъ этотъ вполнѣ неопровержимо доказанъ блестящей совмѣстной работой Майкельсона (Michelson), Гэля (Gale) и Мультона (Moulton), произведенной въ совершенно новыхъ направленіяхъ. Всѣ эти новыя данныя весьма благопріятны для планетезимальной гипотезы. Можно ли при извѣстныхъ поправкахъ приспособить болѣе старыя гипотезы къ новымъ фактамъ, — отвѣтить на этотъ вопросъ не входитъ въ мою задачу.

До сихъ поръ мы говорили о происхожденіи существующихъ нынѣ планетъ и спутниковъ. Прибавимъ еще нѣсколько словъ касательно другихъ формъ генезиса планетезималей, а также относительно происхожденія кометъ и метеоритовъ. Въ другомъ мѣстѣ я старался показать, что на поверхности вращающагося вокругъ своей оси тѣла значительной величины, состоящаго изъ раскаленныхъ газовъ, благодаря молекулярнымъ силамъ необходимымъ образомъ возникаютъ „кренальные“ полеты молекулъ. Характеризуются эти полеты тѣмъ, что они происходятъ по эллипсамъ внѣ тѣла, при чемъ полеты эти задерживаются благодаря силѣ тяжести и молекулы снова падаютъ на тѣло; но здѣсь обыкновенно нѣтъ столкновеній, которыя ставятъ предѣлъ полетамъ молекулъ внутри газообразной массы. Эти „кренальные“

полеты молекулъ особенно выражены въ экваторіальномъ поясѣ, когда приближается критическій моментъ отдѣленія вещества подъ вліяніемъ центробѣжной силы. Во время „кренальныхъ“ полетовъ возможны, впрочемъ, также случайныя столкновенія и нѣкоторые изъ этихъ полетовъ благодаря этому обстоятельству превращаются въ орбитальные. Такимъ образомъ главными типами молекулярныхъ полетовъ при этомъ являются слѣдующіе: 1) внутри атмосферы, ведущіе къ столкновеніямъ, 2) у самаго края атмосферы, внѣ ея, полеты кренальные, и 3) въ самой наружной зонѣ, полеты орбитальные. Орбитальная зона можетъ быть образована только тѣми молекулами, которыя обладаютъ исключительной быстротой движенія, а потому молекулы эти должны быть надѣлены очень значительной энергіей, а также огромнымъ количествомъ движенія. Для того, чтобы способствовать переносу этихъ надѣленныхъ столь значительной энергіей молекулъ изъ зоны столкновеній въ зону орбитальную, вращающійся сфероидъ долженъ сравнительно много терять какъ въ своей энергіи, такъ и въ количествѣ движенія. Переносъ этотъ усиливается при всякомъ ускореніи вращенія, и такимъ образомъ потеря энергіи и количества движенія увеличивается при приближеніи къ критической точкѣ центробѣжнаго отдѣленія вещества. Это увеличеніе потери происходитъ, видимо, настолько быстро, что экваторіальная скорость никогда не достигаетъ такой степени, чтобы, благодаря простому центробѣжному дѣйствію, происходило отрываніе вещества en masse или хотя бы только частичное. Отрываніе это происходитъ только указаннымъ косвеннымъ путемъ. Пути молекулъ, пріобрѣтающихъ, такимъ образомъ, движеніе по орбитамъ, сильно разнятся одинъ отъ другого. Молекулы разбросаны во всей области вліянія сфероида. Они не образуютъ простого кольца вблизи сжимающагося сфероида, какъ это представляетъ себѣ гипотеза Лапласа; нѣтъ также аналогіи между ними и маленькими тѣлами, образующими кольца Сатурна. Они образуютъ множество планетезималей, движущихся по эллиптическимъ орбитамъ, безпорядочно пересѣкающимъ одна другую. Платенезималы эти имѣютъ наклонность къ аггрегаціи точно такъ же, какъ и планетезимали спиральныхъ туманностей, кромѣ лишь того, что здѣсь нѣтъ узловъ, которые служили бы ядрами для аггрегаціи. Послѣднее обстоятельство очень важно потому, что, за отсутствіемъ указанныхъ ядеръ, аггрегатовъ должно быть много, и величина ихъ должна быть небольшой, въ то время какъ въ нашей планетной системѣ аггрегатовъ немного, а величина ихъ значительна. Такимъ образомъ планетное семейство, отдѣлившееся отъ газообразной туманности въ теченіе ея конденсаціи, должно состоять изъ множества маленькихъ планетоидовъ, движущихся по эксцентричнымъ орбитамъ и въ разныхъ плоскостяхъ. Если система подобнаго типа въ дальнѣйшемъ окажется въ близкомъ сосѣдствѣ съ какой-либо звѣздой, то система эта должна прійти въ величайшій безпорядокъ. Отдѣльные члены ея легко при этомъ могутъ попасть внутрь

Рошевской границы какого-либо другого тѣла ихъ же собственной или новой системы и распасться при этомъ на множество обломковъ. Эти скопленія обломковъ должны двигаться по очень эксцентричнымъ орбитамъ. Возможно, что ядра кометъ состоятъ изъ такихъ группъ, — а газовыя выдѣленія, получившіяся отъ дѣйствія солнечной теплоты на ядра, составятъ хвосты кометъ. Въ дальнѣйшемъ скопленія обломковъ распадаются, давая начало метеоритамъ.

Такова въ краткихъ чертахъ гипотеза о происхожденіи системы планетъ или, лучше сказать, планетоидовъ, получившихся благодаря отчасти центробѣжному дѣйствію изъ сфероидальной газовой туманности, когда послѣдняя конденсируется въ солнце. Такая гипотеза принадлежитъ къ числу планетезимальныхъ, такъ какъ она носитъ строго орбитальный характеръ; но способъ происхожденія планетъ здѣсь совсѣмъ другой, чѣмъ въ случаѣ спиральной туманности, получившейся отъ близкаго происхожденія звѣзды.

Въ началѣ послѣдней статьи было указано на то, что спеціальной проблемой планетезимальной гипотезы является только происхожденіе и развитіе существующихъ планетъ, но что тѣмъ не менѣе гипотеза эта должна находиться въ согласіи съ болѣе крупными фактами космической эволюціи. Поэтому скажемъ нѣсколько словъ относительно послѣдняго пункта, чѣмъ наша тема и будетъ исчерпана.

Мы оставили въ сторонѣ вопросъ о происхожденіи нашего солнца и солнцъ вообще, какъ не входящій въ спеціальную проблему, для разрѣшенія которой была предложена планетезимальная гипотеза. Тѣмъ не менѣе, вопросъ о происхожденіи солнцъ долженъ, вѣроятно, находиться въ близкихъ отношеніяхъ къ процессамъ и принципамъ, составляющимъ основу планетезимальной гипотезы. Было уже отмѣчено, что послѣдняя выставляетъ въ качествѣ постулатовъ орбитальное состояніе вещества. Она такимъ образомъ явно обоснована на орбитальной динамикѣ. Если выражаться біологически, то гипотеза наша принадлежитъ къ роду орбитальныхъ. Ее можно, пожалуй, назвать наиболѣе типичной въ своемъ родѣ, такъ какъ она утвердилась только послѣ того, какъ разбила тѣ доктрины, которыя отказывали орбитальному состоянію вещества въ способности давать вращательное движеніе впередъ.

Но солнца представляютъ собою примѣры газовыхъ тѣлъ и, какъ таковыя, подчиняются динамикѣ газовой, въ противоположность динамикѣ орбитальной. Поэтому не существуетъ достаточныхъ основаній для предположенія, что звѣзды обязаны своимъ происхожденіемъ орбитальному процессу. Правда, нѣкоторыя звѣзды, можетъ быть, представляютъ изъ себя продукты концентраціи большихъ узловъ обширныхъ спиральныхъ туманностей. Однако, вѣдь считаютъ, что эти узлы отдѣлились въ результатѣ взрыва отъ газовыхъ тѣлъ еще болѣе значительной величины, и вопросъ о происхожденіи газоваго состоянія этихъ узловъ опять таки приводитъ къ вопросу о происхожденіи

большихъ солнцъ, отъ которыхъ, какъ можно полагать, произошли туманности. Каптейнъ (Kapteyn) высказалъ мысль („Scientia“, Vol. XIV, N. XXXII — 6, pp. 345 — 357), что нѣкоторыя черты, свойственныя неправильной туманности Оріона, характеризуютъ ее, какъ начальную ступень для серіи звѣздъ, содержащихъ гелій. Въ настоящей статьѣ было указано на то, что центральныя столкновенія звѣздъ или другихъ тѣлъ, обладающихъ большой массой, ведутъ къ появленію туманностей неправильной или лучистой формы. Если принять во вниманіе страшную быстроту, съ которой движутся звѣзды при столкновеніи, то можно себя считать въ правѣ предположить, что столкновеніе сопровождается чрезвычайной диссоціацией. Послѣдняя можетъ быть достаточно значительной для того, чтобы вызвать спектральные эффекты, характерные для туманностей, содержащихъ водородъ, гелій и небулій. Отъ этихъ туманностей заимствуютъ свои спектральныя свойства звѣзды, содержащія гелій, а также слѣдующій за ними классъ звѣздъ. Послѣдовательность спектровъ, наблюдаемая въ Novae, какъ будто подтверждаетъ эту спекулятивную догадку. Если все это окажется вѣрнымъ, происхожденіе этого класса звѣздъ въ концѣ концовъ нужно будетъ связать съ явленіемъ чрезвычайно близкой встрѣчи звѣздъ между собою, съ „лобовымъ“ ихъ столкновеніемъ. Такимъ образомъ здѣсь устанавливаются гармоническія отношенія между цѣлымъ рядомъ явленій. Во всякомъ случаѣ динамика въ только что описанныхъ явленіяхъ есть динамика столкновенія и отраженія, динамика газовая, а не орбитальная. Центральныя столкновенія во всякомъ случаѣ бываютъ гораздо рѣже, чѣмъ приближенія, которыя, какъ полагаютъ, даютъ начало появленію спиральныхъ туманностей, а тѣмъ не менѣе число звѣздъ гораздо больше, чѣмъ число извѣстныхъ намъ спиральныхъ туманностей. Противорѣчіе это можетъ быть, пожалуй, устранено, если принять во вниманіе тотъ вѣроятный фактъ, что продолжительность существованія звѣздъ больше существованія туманностей, а также и то, что число звѣздъ увеличивается также благодаря появленію въ спиральныхъ туманностяхъ большихъ узловъ, которые въ дальнѣйшемъ конденсируются въ солнца низшаго порядка.

Укажемъ еще на одну область, гдѣ обнаруживается близкое соприкосновеніе эволюціи звѣздъ съ орбитальной схемой эволюціи, хотя самое то развитіе звѣздъ и не происходитъ по орбитальному типу. Дѣло въ томъ, что въ послѣднее время установлена зависимость между быстротой движенія звѣздъ и ихъ типичными спектральными свойствами; послѣднія же, по мнѣнію однихъ, обусловливаются ихъ возрастомъ, а по мнѣнію другихъ, ихъ массой. Въ томъ и въ другомъ случаѣ свойства эти сводятъ къ взаимному вліянію звѣздъ при ихъ взаимныхъ приближеніяхъ въ теченіе времени, — приближеніяхъ недостаточно близкихъ, чтобы вызвать дисперсивное дѣйствіе. Это классъ приближеній наиболѣе отдаленныхъ; нѣсколько болѣе близкія приближенія даютъ начало небольшимъ спиральнымъ туманностямъ, еще бо-

лѣе близкія — туманностямъ бо́льшей величины: захожденія за границу Роша, встрѣчи по касательнымъ, а также столкновенія боковыя приводятъ къ болѣе рѣзко выраженнымъ образованіямъ спиралевиднаго типа: столкновенія же центральныя образуютъ собою самый крайній членъ разбираемой серіи, приводя къ образованіямъ неправильнаго и лучистаго типа и къ крайней степени диссоціаціи. Столкновенія послѣдняго рода, очевидно, превращаютъ большую часть энергіи движенія сталкивающихся звѣздъ въ энергію разсѣянія. Если получающаяся при этомъ диссоціація приводитъ, какъ уже было отмѣчено, къ появленію первичнаго спектральнаго состоянія, характернаго также для цѣлаго цикла звѣздъ, то это больше, чѣмъ простое совпаденіе.

Эволюція солнцъ принадлежитъ къ болѣе высокому порядку, чѣмъ эволюція планетныхъ системъ. Эволюція организованныхъ звѣздныхъ скопленій и Млечнаго Пути принадлежитъ къ еще болѣе высокому порядку. Въ эти образованія солнца входятъ въ качествѣ отдѣльныхъ единицъ. Въ динамикѣ организаціи звѣздныхъ скопленій имѣется возвратъ къ орбитальной области. И здѣсь также основное значеніе можно приписать двуликой силѣ тяготѣнія, дѣйствующей, какъ это ни парадоксально, въ одно и то же время и централизующимъ и разсѣивающимъ образомъ. Было уже отмѣчено, что звѣздныя скопленія, совершая движенія одно близъ другого или проникая эксцентрично одно черезъ другое, могутъ давать спиралевидныя образованія по тѣмъ же причинамъ, которыя были нами выставлены для объясненія происхожденія спиральныхъ туманностей вообще. Если этотъ взглядъ вѣренъ, или, лучше сказать, постольку поскольку онъ вѣренъ, наша планетная гипотеза имѣетъ въ качествѣ коррелята находящуюся въ зачаточномъ состояніи гипотезу о звѣздныхъ скопленіяхъ.

Всѣ, можно думать согласятся съ тѣмъ, что энергія, выражающаяся въ орбитальной активности, далеко превосходитъ энергію, находящую свое выраженіе въ активности газовой. Точно такимъ же образомъ орбитальная космогонія превосходитъ по своей динамической виртуальности космогонію газовую. Но между той и другой, безъ сомнѣнія, происходитъ процессъ обмѣна: та и другая находятся въ состояніи равновѣсія между собою. Само собою понятно, что области примѣненія обѣихъ по своей обширности и сложности превосходятъ всякое человѣческое разумѣніе.

Электроны и магнетоны.

С. Маргини.

Открытіе магнито-оптическихъ явленій привело къ предположенію о существоваиіи электрическихъ токовъ въ элементарныхъ частицахъ тѣлъ; изслѣдованія же электрическаго разряда въ газахъ, а также явленій радіоактивности, — явленій, въ теченіи которыхъ наблюдается атомный распадъ, — навели на мысль, что упомянутые токи происходятъ въ самихъ атомахъ. Принимаютъ, что эти токи обязаны своимъ существованіемъ отрицательнымъ электрическимъ зарядамъ, электронамъ, обращающимся вокругъ нѣкоего центра.

Къ такой концепціи о строеніи матеріи привели открытія послѣднихъ лѣтъ. Однако, уже около столѣтія тому назадъ теоріи магнетизма вступили на тотъ же самый путь. Какъ извѣстно, Амперъ (Ampère) для объясненія магнитныхъ явленій предположилъ существованіе элементарныхъ электрическихъ токовъ. Въ дальнѣйшемъ теоріей этихъ токовъ, неопредѣленный набросокъ которой предложилъ Амперъ, занялся Веберъ (Weber). Послѣдній далъ ихъ подробную характеристику, въ значительной степени согласующуюся съ нашими современными взглядами.

Веберъ объяснялъ явленіе діамагнитизма, вводя предположеніе, что оно вызывается токами, индуцируемыми въ молекулѣ. Явленія, наблюдаемыя въ желѣзѣ и другихъ болѣе или менѣе магнитныхъ тѣлахъ, онъ объяснялъ при помощи токовъ, происходящихъ также въ молекулѣ, но существующихъ еще до воздѣйствія магнитнаго индуцирующаго поля и имѣющихъ направленіе обратное тому, которое наблюдается въ діамагнитныхъ тѣлахъ.

При примѣненіи указанныхъ Веберомъ концепцій для объясненія явленій магнито-оптики, разрядовъ въ газахъ и радіоактивности, самыя эти концепціи въ теченіи послѣднихъ лѣтъ были обобщены настолько, что онѣ потеряли свой первоначальный обликъ. Элементарные токи Вебера изъ молекулы перенесены были въ атомъ. Кромѣ того, понятіе о токахъ Вебера было обобщено въ томъ смыслѣ, что предполагаютъ ихъ существующими во всякой матеріальной средѣ, какъ магнитной, такъ и діамагнитной. Разница только въ томъ, что въ діамагнитныхъ средахъ токи расположены въ различныхъ плоскостяхъ, проходящихъ черезъ центръ атома, мѣшая такимъ образомъ атому пріобрѣсти опредѣленную магнитную полярность, а въ средахъ магнитныхъ элементарные токи, наоборотъ, расположены по преимуществу въ одной опредѣленной плоскости, въ результатѣ чего получается постоянная магнитная полярность въ направленіи, перпендикулярномъ къ этой плоскости.

Три магнитныхъ состоянiяхъ вещества, дiамагнитное, парамагнитное и ферромагнитное, могутъ быть охарактеризованы помощью законовъ, выведенныхъ Кюри (Curie) экспериментальнымъ путемъ. По Кюри коэффицiентъ намагниченiя при дiамагнитномъ состоянiи независимъ ни отъ напряженiя индуцирующаго поля, ни отъ температуры. Коэффицiентъ намагниченiя при парамагнитномъ состоянiи независимъ отъ напряженiя поля и находится въ обратномъ отношенiи къ абсолютной температурѣ, такъ что произведенiе абсолютной температуры на указанный коэффицiентъ есть величина постоянная (постоянная Кюри). Коэффицiентъ намагниченiя при ферромагнитномъ состоянiи возрастаетъ съ увеличенiемъ напряженiя поля, но до извѣстной неодинаковой для разныхъ веществъ границы, чтобы въ дальнѣйшемъ падать; съ увеличенiемъ температуры указанный коэффицiентъ въ этомъ случаѣ падаетъ; при извѣстной критической температурѣ (точка Кюри) онъ равенъ почти нулю и представляетъ иногда рѣзкiя измѣненiя при приближенiи къ своей наименьшей величинѣ. Слѣдуетъ замѣтить, что всѣ эти законы имѣютъ лишь приблизительное значенiе.

Ларморъ (Larmor 1897), Фогтъ (Voigt 1902), Дж. Дж. Томсонъ (J. J. Thomson 1903) и болѣе обстоятельно Ланжевенъ (Langevin 1905) показали, что электронная теорiя вполнѣ въ состоянiи объяснить дiамагнитизмъ и парамагнитизмъ. Вайссъ (Weiss 1908), Гансъ (Gans 1910) и другiе пробовали объяснить при помощи электронной теорiи различныя состоянiя ферромагнитизма.

Въ индуцированныхъ электрическихъ токахъ интенсивность намагниченiя пропорцiональна силѣ тока. Если такимъ образомъ смотрѣть на дiамагнитное состоянiе, какъ на результатъ индуцированныхъ атомныхъ токовъ, то интенсивность намагниченiя I будетъ пропорцiонально напряженiю K индуцирующаго магнитнаго поля, а отношенiе x, существующее между этими двумя величинами, т. е. коэффицiентъ намагниченiя, будетъ величиной постоянной. Такимъ образомъ дiамагнитное состоянiе независимо отъ напряженiя индуцирующаго поля. Равнымъ образомъ оно независимо и отъ температуры; и дѣйствительно, состоянiе термическаго равновѣсiя между молекулами не измѣнится вслѣдствiе наступленiя дiамагнитнаго состоянiя, ибо нѣтъ никакого основанiя для того, чтобы число столкновенiй между молекулами, которое опредѣляетъ собою термическое состоянiе тѣлъ, увеличивалось или уменьшалось вслѣдствiе наступленiя дiамагнитнаго состоянiя, вызывающаго извѣстныя измѣненiя внутри атома. И наоборотъ, — измѣненiе термическаго состоянiя тѣлъ не можетъ измѣнить дiамагнитнаго состоянiя въ виду того, что движенiе электроновъ, совершающееся внутри атома не зависитъ отъ температуры, какъ это показываетъ законъ независимости спектровъ отъ температурныхъ условiй.

Постоянство коэффицiента намагниченiя дiамагнитныхъ тѣлъ при

измѣненіи напряженія индуцирующаго поля и температуры представляетъ собою первый законъ Кюри, выведенный имъ экспериментально.

Предположимъ теперь, что атомы поляризованы, т. е. что электронные токи, расположенные по преимуществу въ одной плоскости, не нейтрализуютъ взаимно своихъ магнитныхъ полей. Мы будемъ тогда имѣть магнитные элементы, которые въ отсутствіи направляющихъ внѣшнихъ силъ будутъ находиться во внутренемъ равновѣсіи; никакое магнитное дѣйствіе не выявится при этомъ наружу. Если же мы нарушимъ внутреннее равновѣсіе помощью внѣшняго магнитнаго поля, то атомы подвергнутся парамагнитной модификаціи. Модификацію эту намъ будетъ очень трудно обнаружить, такъ какъ этому будетъ мѣшать противоположное дѣйствіе наружнаго магнитнаго поля, значительно превышающее дѣйствіе парамагнитизма даже и въ томъ случаѣ, если мы будемъ имѣть дѣло съ очень слабыми индуцирющими полями и съ тѣлами сильно парамагнитными. Изъ того предположенія, что магнитные элементы независимы другъ отъ друга, слѣдуетъ, что чѣмъ больше будетъ напряженіе внѣшняго поля, тѣмъ больше будетъ число оріентированныхъ магнитныхъ элементовъ, т. е. интенсивность намагниченія. Коэффиціентъ намагниченія, т. е. отношеніе между намагничивающей силой и интенсивностью намагниченія, такимъ образомъ будетъ постоянной, независимой отъ измѣненій намагничивающей силы.

Что касается термическихъ условій, то намагничиваніе приведетъ (въ виду того, что и молекулы будутъ поляризованы, когда поляризованные атомы пріобрѣтутъ одну и ту же оріентацію) вмѣстѣ съ уменьшеніемъ свободы молекулъ къ уменьшенію ихъ тепловыхъ колебаній, а слѣдовательно и температуры. Вслѣдствіе столкновенія противоположныхъ вліяній установится новое состояніе равновѣсія, которое не зависитъ ни исключительно отъ получившагося магнитнаго поля, ни исключительно отъ поля термическаго; установится равновѣсіе термо-магнитное. Термическое поле будетъ требовать однообразной, ему свойственной молекулярной плотности: магнитное поле будетъ требовать плотности ему соотвѣтствующей. Такимъ образомъ силы магнитныя и термическія будутъ дѣйствовать замѣтно въ противоположныхъ направленіяхъ, и мы можемъ предположить съ извѣстной приближенностью, что интенсивность намагниченія, которая, какъ мы это видѣли находится въ прямомъ отношеніи къ намагничивающей силѣ H, будетъ находиться въ обратномъ отношеніи къ абсолютной температурѣ T:

$$I = C\frac{H}{T}.$$

Этотъ случай, чисто идеальный, реализуется тѣмъ лучше, чѣмъ слабѣе магнитность тѣла. Можетъ быть законъ этотъ существуетъ лишь какъ граница, къ которой стремится дѣйствительность. Его

можно назвать закономъ совершеннаго парамагнитизма. Это второй законъ, установленный экспериментально Кюри. Его можно формулировать такимъ образомъ, что произведеніе коэффиціента намагниченія на абсолютную температуру есть величина постоянная (постоянная Кюри):

$$xT = C.$$

Сравненіе предложенное Ланжевеномъ, сдѣлаетъ еще болѣе яснымъ указанныя отношенія. Представимъ себѣ извѣстный объемъ совершеннаго газа; предположимъ еще на минуту, что этотъ газъ не будетъ подчиняться силѣ тяжести. Тогда молекулярная система придетъ въ равновѣсіе, которое будетъ зависѣть исключительно отъ его термическаго состоянія, и равновѣсіе будетъ достигнуто, когда плотность будетъ одинаковой во всѣхъ точкахъ. И вотъ, если мы предположимъ, что на эту систему начнетъ дѣйствовать сила тяжести, то равновѣсіе поля земного тяготѣнія въ общемъ не будетъ согласоваться съ равновѣсіемъ термическаго поля. Установится новое состояніе равновѣсія, которое не будетъ зависѣть ни исключительно отъ силы тяжести, ни исключительно отъ термическихъ условій: это будетъ равновѣсіе термодинамическое. Но если газъ не будетъ совершеннымъ, то на систему будутъ воздѣйствовать другія силы, а именно силы сцѣпленія, существующія между молекулами. Первый случай соотвѣтствуетъ состоянію совершеннаго парамагнитизма, второй — состоянію ферромагнитизма, при которомъ выступаетъ воздѣйствіе однѣхъ частицъ на другія. Послѣдній случай долженъ оказаться гораздо болѣе сложнымъ, чѣмъ первый, какъ при состояніи термодинамическомъ, такъ и при состояніи магнитномъ. Въ случаѣ совершеннаго газа, случаѣ чисто идеальномъ и теоретическомъ, мы можемъ держаться въ границахъ извѣстной теоріи; но стоитъ намъ отступить отъ этихъ идеальныхъ условій, и границы этой теоріи станутъ недостаточными. Кюри, первый указавшій на близкую аналогію между закономъ парамагнитизма и законами совершенныхъ газовъ, предостерегъ ученыхъ отъ попытки слишкомъ расширить параллелизмъ въ этомъ отношеніи.

Ванъ-деръ-Ваальсъ (Van-der-Waals) распространилъ теорію сжимаемости совершенныхъ газовъ на газы несовершенные при помощи гипотезы о взаимодѣйствіи молекулъ, которые въ газахъ совершенныхъ принимаются совершенно независимо одна отъ другой. Подобно этому Вайссъ сдѣлалъ попытку распространить теорію Ланжевена, примѣнимую для состоянія совершеннаго парамагнетизма, на тѣла ферромагнитныя, принимая во вниманіе также взаимодѣйствіе магнитныхъ частицъ въ этихъ тѣлахъ, Вайссъ получилъ формулу для ферромагнитизма, аналогичную формулѣ Кюри для парамагнитизма; при этомъ Вайссъ измѣнилъ уравненіе Кюри не въ той его части, которая касается магнитизма, но въ части, выражающей термическій потенціалъ. Исходя изъ формулы Ланжевена и при-

мѣняя ее какъ къ внѣшнему, такъ и къ внутреннему полю, Вайссъ получилъ для ферромагнитныхъ тѣлъ формулу, представляющую собою обобщеніе формулы, полученной Кюри для тѣлъ парамагнитныхъ:

$$x\,(T-\Theta)=C.$$

Такимъ образомъ для полученія постоянной Кюри для ферромагнитнаго тѣла, слѣдуетъ измѣрить коэффиціентъ намагниченія при температурѣ выше точки Кюри и умножить его на разность между температурой наблюденія (T) и температурой этой точки (Θ).

По этому поводу необходимо замѣтить слѣдующее. Вычитывать изъ температуры наблюдаемой температуру въ точкѣ Кюри значитъ дѣлать предположеніе, что въ точкѣ Кюри тѣло совсѣмъ не обладаетъ ферромагнитными свойствами, и что въ этой точкѣ и выше имѣется состояніе парамагнитное; температура въ точкѣ Кюри должна означать для ферромагнитныхъ тѣлъ то же, что для парамагнитныхъ тѣлъ означаетъ абсолютный нуль, отъ котораго начинается скала температуры въ уравненія для состоянія парамагнитнаго. Другими словами, если бы переходъ изъ состоянія несовершеннаго газа въ состояніе газа совершеннаго происходилъ сразу при извѣстной температурѣ, то это означало бы, что при этой температурѣ начинается абсолютная скала температуръ для несовершенныхъ газовъ, аналогичная той, которая фигурируетъ въ уравненіи для газовъ совершенныхъ. То обстоятельство, что парамагнитизмъ начинаетъ обнаруживаться только въ точкѣ Кюри, есть фактъ, установленный экспериментомъ, такъ какъ при болѣе низкихъ температурахъ тѣло находится въ состояніи ферромагнитномъ, хотя нельзя отвергнуть и той гипотезы, что и при этихъ температурахъ тѣло надѣлено парамагнитизмомъ, хотя послѣдній при этомъ и замаскированъ ферромагнитизмомъ.

Утвержденіе, что парамагнитизмъ начинается въ точкѣ Кюри нельзя такимъ образомъ считать абсолютно вѣрнымъ. Но такъ какъ парамагнитизмъ обладаетъ интенсивностью весьма малой въ сравненіи съ интенсивностью ферромагнитизма, то законъ Вайсса, если онъ будетъ подтвержденъ экспериментомъ, будетъ обладать большой степенью приближенія къ абсолютной истинѣ. Между прочимъ, мы можемъ считать, что нѣкоторыя особенности касательно тепловой энергіи, которыя наблюдаются въ точкѣ Кюри зависятъ исключительно отъ исчезновенія ферромагнитизма.

Слѣдуя своимъ идеямъ о молекулярномъ магнитномъ полѣ Вайссъ въ 1908 году возобновилъ въ сотрудничествѣ съ Беккомъ (Beck) нѣкоторыя изъ изслѣдованій начатыхъ Піоншономъ (Pionchon) еще въ 1887 году, относительно неправильностей, которыя обнаруживаются магнитными тѣлами по отношенію къ тепловой энергіи. Изслѣдованія Вайсса и Бекка касались въ частности аномалій, представляемыхъ удѣльной теплотой магнитныхъ тѣлъ при температурѣ исчезновенія ферромагнитизма или въ точкѣ Кюри Эти авторы доказали для ник-

келя, желѣза и магнитнаго желѣзняка, что эти аномаліи объясняются количественными и качественными измѣненіями магнитной энергіи. Удѣльная теплота тѣла, т. е. содержащееся въ единицѣ массы количество тепловой энергіи, бываетъ неодинаковымъ — въ зависимости отъ того, обладаетъ ли тѣло магнитными свойствами или нѣтъ. Для того, чтобы найти удѣльную теплоту тѣла, обладающаго магнитными свойствами или нѣтъ. Для того, чтобы найти удѣльную теплоту тѣла, обладающаго магнитными свойствами, нужно въ удѣльную теплоту, которой обладало бы тѣло, если бы оно не было магнитнымъ, внести нѣкоторую поправку за счетъ магнитныхъ свойствъ. Такимъ образомъ. вмѣстимость матеріальныхъ частицъ по отношенію къ термической энергіи тѣсно связана съ вмѣстимостью по отношенію къ магнитной энергіи. Въ частности въ точкѣ Кюри, въ которой наблюдается разрывъ въ магнитныхъ свойствахъ, наблюдается также разрывъ въ величинахъ выражающихъ удѣльную теплоту, при чемъ оба эти разрыва совпадаютъ другъ съ другомъ. Вайссъ сравнилъ величину измѣненія удѣльной теплоты въ точкѣ Кюри, выведенную на основаніи теоріи съ данными, полученными въ этомъ отношеніи на основаніи калориметрическихъ измѣреній. При этомъ сравненіи онъ получилъ. серьезное подтвержденіе правильности выведенныхъ имъ теоретически законовъ, по крайней мѣрѣ въ отношеніи явленій, наблюдаемыхъ въ точкѣ Кюри. Гумайеръ (Gumaer) получилъ (1912) аналогичные результаты для силавовъ Гойслера (Heusler).

Отношеніе между интенсивностью намагниченія и температурой было выведено аналитически Вайссомъ и выражено въ видѣ особаго закона. Законъ этотъ принимаетъ во вниманіе отношенія: $\frac{T}{\Theta}$, т. е. между температурой наблюденія и температурой въ точкѣ Кюри и $\frac{I}{I_0}$, т. е. между интенсивностью намагниченіе при этой послѣдней температурѣ и максимальной интенсивностью намагниченія при абсолютномъ температурномъ нулѣ, при которомъ никакое термическое вліяніе не противодѣйствуетъ индуцирующему дѣйствію магнитнаго поля. Съ этой точки зрѣнія теорія Вайсса разсматриваетъ точку Кюри, какъ нулевую точку для магнитной энергіи.

Вайссъ подвергъ этотъ законъ экспериментальной провѣркѣ и нашелъ, что въ общихъ чертахъ онъ подтверждается, но что въ частностяхъ имѣются несоотвѣтствія между теоріей и экспериментомъ. „Теорія, безъ сомнѣнія, заключаетъ въ себѣ большую долю истины", говоритъ Вайссъ. „Нѣтъ основанія отвергнуть эту теорію, и естественнымъ является стремленіе къ ея усовершенствованію путемъ отказа кое въ какихъ пунктахъ отъ крайнихъ ея упрощеній. Теорія имѣетъ дѣло съ тремя постоянными величинами. Двѣ изъ нихъ, магнитный моментъ молекулы и масса молекулы принимаются во вниманіе теоріей парамагнитизма Ланжевена и характеризуютъ самую

молекулу. Третья есть постоянная молекулярнаго поля N, выражающая взаимодѣйствіе между молекулами. Въ началѣ я думалъ замѣнить N функціей поля и магнитности, но попытки въ этомъ направленіи дали мало-удовлетворительные результаты..." („Arch. de Genève", 1911, p. 413). Гансъ продолжалъ свои изслѣдованія въ этомъ послѣднемъ направленіи. Вайссъ направилъ свои изысканія въ сторону нахожденія зависимости между двумя другими постоянными величинами, т. е. между магнитнымъ моментомъ молекулы и ея массой или, другими словами, между коэффиціентомъ намагниченія единицы массы и вѣсомъ этой массы.

Гонда (Honda, 1910) изслѣдовалъ зависимость между коэффиціентомъ намагниченія и массой вещества, повторивши съ большой тщательностью измѣренія коэффиціента намагниченія различныхъ простыхъ тѣлъ въ связи съ измѣненіемъ температуры; особенно изслѣдованія его касались точекъ перехода изъ твердаго состоянія въ жидкое, а также изъ одного аллотропическаго состоянія въ другое. Эксперименты Гонда лишній разъ показываютъ, насколько трудно свести синтетически къ законамъ различныя магнитныя явленія; законы Кюри, претендующіе лишь на приблизительное значеніе, представляютъ собою въ настоящее время наилучшее изъ того, что мы можемъ имѣть въ этомъ отношеніи. Но особый интересъ представляетъ собою то обстоятельство, что кривая изображающая измѣненіе коэффиціента намагниченія въ связи съ измѣненіемъ атомнаго вѣса „обнаруживаетъ существованіе извѣстной періодичности въ этомъ отношеніи. Здѣсь происходитъ не только повтореніе періода, но обнаруживается также періодическая смѣна между элементами парамагнитными и діамагнитными. Поэтому представляется весьма вѣроятнымъ, что парамагнитное и діамагнитное состояніе элементовъ зависятъ отъ количества массы (вѣсового или электроннаго) и отъ ея распредѣленія (принимая равнымъ образомъ во вниманіе кинетическое ея состояніе) въ атомѣ" („Phys. Zeitschr.", 1910, p. 1078).

То обстоятельство, что магнитныя свойства элементовъ слѣдуютъ періодическому закону, вытекаетъ также, какъ весьма вѣроятный выводъ, изъ экспериментовъ Паскаля (Pascal 1910) и Овена (Owen 1912).

Эта еще недостаточно ясно опредѣленная зависимость между коэффиціентомъ намагниченія и атомнымъ вѣсомъ, равно какъ между коэффиціентомъ намагниченія и удѣльной теплотой, позволяетъ предположить, что существуетъ законъ зависимости между коэффиціентомъ намагниченія и атомнымъ вѣсомъ, аналогичный закону Дюлонга (Dulonga) и Пти (Petit), выражающему зависимость между атомнымъ вѣсомъ и удѣльной теплотой. При томъ подобно тому, какъ законъ Дюлонга и Пти приводитъ къ предположенію о существованіи минимальнаго количества тепловой энергіи, принадлежащаго единицѣ атомнаго вѣса, подобно этому можно прійти къ представленію о минимальномъ количествѣ магнитной энергіи, количествѣ какой угодно

малой величины, но существующая какъ отдѣльная единица. Подобный магнитный элементарный квантумъ сможетъ быть магнитнымъ моментомъ единицы вѣса либо объема молекулы или атома, а, быть можетъ, другого какого-либо количества массы.

Съ другой стороны, если мы хотимъ знать количество магнитной энергіи, присущей массѣ, а не только случайно связанной съ ней, мы должны стараться экспериментировать при температурѣ, наивозможно близкой къ абсолютному нулю, такъ какъ при абсолютномъ нулѣ термическая энергія будетъ отсутствовать, и при этихъ условіяхъ при намагниченіи до насыщенія тѣло будетъ обладать максимальнымъ количествомъ магнитной энергіи.

Исходя изъ такой концепціи Вайссъ и Оннесъ (Onnes 1910) опредѣляли магнитный моментъ граммо-атома магнитныхъ элементовъ и магнитнаго желѣзняка при температурѣ жидкаго воздуха. Они надѣялись найти простое соотношеніе между магнитными моментами различныхъ веществъ, — соотношеніе, могущее дать указаніе на то, что въ каждомъ атомѣ повторяется цѣлое число разъ одинъ и тотъ же внутриатомный магнитный механизмъ. Они не нашли столь простыхъ отношеній, какихъ они ожидали: магнитный моментъ граммоатома желѣза равенъ 12360, граммоатома никкеля — 3370; ихъ отношеніе равн $^{11}/_{3}$ при общемъ наибольшемъ дѣлителѣ 1123,5. Послѣднее число должно заключаться цѣлое число разъ въ числовыхъ значеніяхъ магнитныхъ моментовъ различныхъ тѣлъ; оно заключается 11 разъ въ магнитномъ моментѣ граммоатома желѣза и 3 раза въ магнитномъ моментѣ граммоатома никкеля. Указанный выводъ, мало вѣроятный съ перваго взгляда въ виду его сложности, нужно было подвергнуть строгой провѣркѣ на основаніи другихъ экспериментальныхъ данныхъ, нужно было убѣдиться, дѣйствительно ли магнитные моменты всѣхъ тѣлъ суть производныя нѣкоторой величины, которую слѣдуетъ считать единицей.

Вайссъ подвергъ найденную имъ величину, принимаемую за единицу, провѣркѣ на основаніи своихъ собственныхъ экспериментальныхъ данныхъ и на основаніи данныхъ другихъ экспериментаторовъ. Эксперименты были поставлены съ растворами солей желѣза и другихъ магнитныхъ элементовъ, съ разбавленными растворами, съ твердыми солями магнитныхъ элементовъ. Полученные на основаніи этого результаты придали полученной величинѣ нѣкоторый характеръ вѣроятія и правдоподобія.

Если мы число 1123,5, т. е. найденную единицу магнитныхъ моментовъ грамматомовъ всѣхъ тѣлъ, раздѣлимъ на число атомовъ, заключающихся въ граммоатомѣ, то мы получимъ магнитный моментъ атома.

А такъ какъ число атомовъ, заключающееся въ грамматомѣ, или число Авогадро (Avogadro), равно согласно Перрену (Perrin 1910)

$68{,}5 \cdot 10^{22}$, то мы будемъ имѣть:

$$\frac{1123{,}5}{68{,}5 \cdot 10^{22}} = 1{,}64 \cdot 10^{-21} \text{ гауссовъ.}$$

Это количество, представляющее собою магнитный моментъ атома, мы можемъ назвать также элементомъ магнитизма или магнетономъ.

Въ то время, какъ Вайссъ, взявши въ качествѣ точки отправленія концепцію о молекулярномъ полѣ пришелъ къ концепціи объ элементарномъ магнитѣ и даже вычислилъ его величину, Гансъ продѣлалъ какъ разъ обратный путь: предполагая существующими элементарные магниты, онъ взялся за опредѣленіе магнитнаго поля, вызваннаго послѣдними. Но оба автора, хотя они и продѣлали противоположные пути дедукціи, пришли къ установленію одинхъ и тѣхъ же законовъ.

Изъ этихъ законовъ слѣдуетъ съ все большей очевидностью, что зависимость, существующая между энергіями магнитной и тепловой есть зависимость не только формальная, но и существенная. Когда измѣняется вмѣстимость вещества по отношенію къ одной изъ этихъ энергій, измѣняется вмѣстимость также по отношенію къ другой; какъ и почему это происходитъ, еще недостаточно выяснено. Во всякомъ случаѣ согласно вышесказанному можно надѣяться, что при дальнѣйшемъ своемъ развитіи термодинамика будетъ способствовать выясненію также и специфическихъ магнитныхъ свойствъ матеріи. Намъ извѣстно, что законъ Дюлонга и Пти о постоянномъ отношеніи между атомнымъ вѣсомъ и теплоемкостью, — законъ приводящій къ заключеніямъ высоко интереснымъ въ философскомъ отношеніи, — допускаетъ исключенія, извѣстныя уже съ давнихъ поръ; теоріи Эйнштейна (Einstein) начинаютъ намъ давать объясненіе для этихъ исключеній. Подобно этому и отступленія отъ законовъ Кюри и Вайсса, быть можетъ, получатъ теоретическое объясненіе въ родѣ хотя бы того, которое недавно попытался дать Овстерусъ (Oosterhus 1913) въ отношеніи парамагнитныхъ тѣлъ при очень низкихъ температурахъ.

Представленіе о томъ, что всѣ магнитные моменты представляютъ собою производныя опредѣленнаго элементарнаго количества магнитизма, которое можно принять за единицу, подобно тому, какъ всѣ атомные вѣса суть производныя нѣкотораго элементарнаго количества вѣса, — представленіе это можетъ привести къ ошибочному взгляду на магнитизмъ, а именно, что количество магнитизма, есть количество массы, а не количество энергіи. Можетъ показаться, что допустимо говорить о магнетонахъ, какъ о нѣкоторомъ количествѣ магнитной жидкости, а это значило бы отказаться отъ теоріи электрической при-

роды магнитизма, — теоріи установленной Амперомъ, Веберомъ и Максуэллемъ и принимаемой также ученіемъ объ электронахъ. Нельзя также устанавливать аналогіи между магнетономъ и электрономъ: въ то время какъ послѣдній представляетъ собою реальную физическую единицу, — природы вполнѣ электромагнитной или нѣтъ, это все равно, — магнетонъ представляетъ собою лишь отношеніе между магнитнымъ моментомъ нѣкоторой массы и самой этой массой. Такъ какъ явленія магнито-оптики и радіоактивности приводятъ къ предположенію о существованіи въ атомѣ отрицательныхъ электрическихъ зарядовъ или электроновъ, движущихся по орбитамъ, ограниченнымъ размѣрами атомовъ, то естественной является попытка найти*) соотношеніе между магнитнымъ моментомъ, вычисленнымъ на основаніи данныхъ объ атомныхъ электрическихъ токахъ, и величиною магнетона, вычисленной экспериментально Вайссомъ.

Электронъ, обладающій зарядомъ $e\mu$, пробѣгающій по орбитѣ, поверхность которой равна S, въ теченіе времени τ, вызываетъ магнитное поле, находящееся въ плоскости орбиты, и магнитный моментъ котораго

$$M = \frac{eS}{\tau}.$$

Какъ извѣстно, электрическій зарядъ электрона равенъ заряду электролитическаго іона водорода:

$$e = 3{,}4 \,.\, 10^{-10} \cdot \frac{1}{3 \,.\, 10^{10}} \text{ электромагнитныхъ единицъ.}$$

Предположимъ, что τ, т. е. время обращенія электрона по своей орбитѣ, равно періоду колебанія одного изъ среднихъ лучей спектра, напримѣръ, луча линіи D:

$$\tau = 2 \,.\, 10^{-15} \text{ секунды.}$$

Величину S, т. е. поверхность орбиты электрона, вычислимъ очень приблизительно, зная величину радіуса атома ($r = 10^{-8}$ *cm.*) Мы получимъ:

$$S = \pi r^2 = 3 \,.\, 10^{-16}\, cm^2.$$

Вычисливши при помощи этихъ данныхъ магнитный моментъ атома или магнетонъ, мы получимъ:

$$M = \frac{eS}{\tau} = 1{,}7 \,.\, 10^{-21} \text{ гаусса.}$$

*) Я повторяю здѣсь краткое вычисленіе, съ цѣлью исправить ошибку, допущенную мною въ другомъ мѣстѣ: I fenomeni magnetici nelle varie teorie elettro-magnetiche, Bologna, Zanichelli, 1912, p. 156.

Эта величина какъ будто совпадаетъ съ вычисленной Вайссомъ на основаніи эксперимента средней величины магнетона:

$$M = 1{,}64 \, . \, 10^{-21} \text{ гаусса.}$$

Это совпаденіе не можетъ имѣть большого значенія, если принять во вниманіе, что при нашемъ вычисленіи мы пользовались числами, далеко не претендующими на точность. Но во всякомъ случаѣ это совпаденіе должно быть истолковано, какъ подтвержденіе той гипотезы, согласно которой элементарный магнитъ или магнетонъ происходитъ отъ обращенія электрона въ атомѣ. Такимъ образомъ мы предлагаемъ обратить вниманіе на это совпаденіе, можетъ быть, и не случайное, но значеніе котораго намъ въ настоящее время еще не ясно. Однако, какъ только мы пожелаемъ связать эту вычисленную на основаніи теоріи и эксперимента величину магнетона съ величиной напряженія молекулярнаго магнитнаго поля, вычисленной также на основаніи теоріи и эксперимента, мы наталкиваемся на большія затрудненія. Повторяя небольшое вычисленіе и иллюстрируя такимъ образомъ кажущуюся несовмѣстимость между величиной магнетона и величиной молекулярнаго магнитнаго поля, Вайссъ въ послѣднее время указываетъ („Arch. de Genève“, февраль 1914), что при желаніи обойти эти затрудненія мы непремѣнно очутимся передъ затрудненіями, касающимися тепловыхъ колебаній. Въ другой своей статьѣ („Comptes Rendus“, декабрь 1913), Вайссъ послѣ указанія на эксперименты, подтверждающіе его гипотезу о молекулярномъ магнитномъ полѣ, приходитъ къ такому заключенію: „Между тѣмъ невозможно считать это молекулярное поле настоящимъ магнитнымъ полемъ. Эта невозможность предположенія равномѣрнаго магнитнаго поля становится особенно поразительной, если его огромное напряженіе, приближающееся къ 10^7 гауссамъ, поставить въ связь съ теоремой о непрерывности магнитнаго состоянія“. Съ другой стороны величина напряженія молекулярнаго поля, установленная Вайссомъ согласно его теоріи, вполнѣ подтверждается на основаніи законовъ перемѣщенія спектральныхъ линій въ зависимости отъ напряженія магнитизма; на основаніи этихъ законовъ молекулярное поле обладаетъ напряженіемъ въ 10^8 гауссовъ. Итакъ, затрудненія касаются не величины напряженія молекулярнаго поля, а самой природы поля. Въ послѣднее время дѣлались попытки подойти къ разрѣшенію этого вопроса другимъ путемъ, а именно изслѣдовали взаимодѣйствіе, обнаруживающееся между отдѣльными магнитными элементами. А. Перренъ и Оннесъ (1913) изучали вліяніе разстоянія между молекулами на коэффиціентъ намагниченія различныхъ смѣсей жидкихъ O и N; зная законъ измѣненія этого коэффиціента для различныхъ растворовъ магнитнаго вещества въ другомъ веществѣ, магнитно инертномъ и служащемъ только для растворенія, можно вычислить дѣйствіе элементовъ другъ на друга; указанные авторы нашли, что это дѣйствіе измѣняется соотвѣтственно

четвертой степени разстоянія между элементами. Вайссъ („Comptes Rundes“, декабрь 1913) занялся изученіемъ законовъ взаимодѣйствія магнитныхъ элементовъ на сплавахъ ферромагнитныхъ веществъ различной концентраціи; на основаніи своихъ изслѣдованій онъ нашелъ, что магнитное дѣйствіе элементовъ другъ на друга измѣняется соотвѣтственно шестой степени разстоянія между ними. Невозможно, на основаніи изслѣдованій нѣсколькихъ отдѣльныхъ случаевъ, изслѣдованій, давшихъ при томъ различные результаты, вывести какой-либо общій законъ. Мы сдѣлаемъ тотъ же выводъ, что и Вайссъ: „законъ взаимодѣйствія, такимъ образомъ найденный, служитъ подтвержденіемъ для тѣхъ доводовъ, согласно которымъ молекулярное поле не есть магнитное поле. Законъ этотъ вмѣстѣ съ тѣмъ указываетъ на то, что молекулярное поле не можетъ быть также полемъ электростатическимъ. Поле это вызывается молекулярными дѣйствіями новаго типа и еще неизвѣстной природы“.

Теоретическіе выводы различныхъ ученыхъ приводятъ къ установленію отношеній между универсальной энергетической постоянной величиной Планка и магнетономъ; но не наступило еще время говорить здѣсь объ этомъ.

Таблица чиселъ, произведеніе которыхъ равняется суммѣ ихъ вадратовъ.

П. Флорова.

Въ 1906 году профессоръ В. П. Ермаковъ предложилъ задачу, заключающуюся въ рѣшеніи въ цѣлыхъ числахъ уравненія:

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + v^2 + \cdots + w^2 = xyzuv \ldots w$$

со сколькими угодно перемѣнными. Я довелъ рѣшеніе задачи до 64 перемѣнныхъ и опубликовалъ найденные результаты въ статьѣ „О числахъ, произведеніе которыхъ равняется суммѣ ихъ квадратовъ“, напечатанной въ „Вѣстникѣ“ за 1906 годъ*).

Задача профессора В. П. Ермакова требуетъ только отысканія системы наименьшихъ рѣшеній. По системѣ наименьшихъ рѣшеній могутъ быть отысканы сколько угодно новыхъ рѣшеній. Пріемъ рѣшенія заключался въ приведеніи уравненія къ виду:

$$x^2 - \beta xy + y^2 = -a,$$

гдѣ положено

$$a = z^2 + u^2 + v^2 + \cdots + w^2, \quad \frac{\beta}{z} = uv \ldots w.$$

---

*) П. С. Флоровъ. „О числахъ, произведеніе которыхъ равняется суммѣ ихъ квадратовъ“. „Вѣстникъ“ № 419 — 420.

При всякомъ числѣ перемѣнныхъ числа α и β, какъ оказывается, легко опредѣляются, послѣ чего находятся x и y.

Ознакомившись съ пріемами вычисленія α, β, x и y по моей рукописи 19-лѣтній самоучка, казакъ хутора Долговскаго Дуриовской станицы Хоперскаго округа Области Войска Донского Григорій Евфимьевичъ Минаевъ, самостоятельно продолжилъ мои вычисленія и довелъ ихъ до 128 перемѣнныхъ. Лѣтомъ 1906 года я доложилъ профессору В. П. Ермакову о результатахъ, добытыхъ Минаевымъ. Никакого другого распространенія вычисленія Минаева не получили. Между тѣмъ будучи результатомъ очень кропотливаго труда и представляя собою цѣнный статистическій матеріалъ, вычисленія Минаева заслуживаютъ быть опубликованными. Чтобы дать возможность одновременно обозрѣть все, что сдѣлано относительно рѣшенія уравненія профессора В. П. Ермакова я соединяю мои вычисленія съ вычисленіями Минаева въ одной общей нижеприводимой таблицѣ. При составленіи таблицы соблюдены условія:

$$x \geqq y \geqq z \geqq u \geqq v \geqq \ldots \geqq u.$$

Буква K, поставленная въ заголовкѣ означаетъ число перемѣнныхъ уравненія профессора В. П. Ермакова; числа x, y и z принадлежатъ къ системѣ наименьшихъ рѣшеній; отношеніе β/z есть произведеніе прочихъ чиселъ, составляющихъ систему; буква E означаетъ число единицъ, входящихъ въ составъ наименьшихъ рѣшеній. Наконецъ буква K' означаетъ число перемѣнныхъ въ такихъ уравненіяхъ профессора В. П. Ермакова, которыя не рѣшаются въ цѣлыхъ числахъ.

K	x	y	z	$\frac{\beta}{z}$	E	K'	K	x	y	z	$\frac{\beta}{z}$	E
3	3	3	3	1	0	2	40	6	4	2	2	36
4	2	2	2	2	0	6	43	7	4	2	2	39
5	4	3	3	1	2	9	43	7	7	3	1	40
7	3	2	2	4	3	11	44	5	2	2	4	39
8	4	2	2	2	4	12	44	8	4	2	2	40
10	4	4	3	1	7	15	46	2	2	2	8	40
13	5	4	3	1	10	16	46	5	5	2	2	42
14	3	3	2	2	10	18	46	6	5	4	1	43
14	6	4	3	1	11	20	47	3	3	2	4	42
17	2	2	2	4	12	21	47	5	3	3	2	43
19	4	3	2	2	15	24	49	6	2	2	4	44

K	x	y	z	$\frac{\beta}{z}$	E	K'	K	x	y	z	$\frac{\beta}{z}$	E
19	5	5	3	1	16	29	49	3	3	3	3	45
19	4	4	4	1	16	32	49	8	7	3	1	46
22	5	3	2	2	18	33	52	7	2	2	4	47
23	6	3	2	2	19	36	53	8	2	2	4	48
23	6	5	3	1	20	41	53	5	5	5	1	50
25	7	5	3	1	22	42	53	9	7	3	1	50
26	5	4	4	1	23	45	53	7	5	4	1	50
27	3	3	3	2	23	48	54	6	3	3	2	50
28	3	2	2	4	23	50	55	4	4	3	2	51
28	4	4	2	2	24	51	55	6	5	2	2	51
30	6	6	3	1	27	56	55	10	7	3	1	52
31	6	4	4	1	28	57	58	8	8	3	1	55
34	7	4	4	1	31	60	58	8	5	4	1	55
35	5	4	2	2	31		59	7	3	3	2	55
35	7	6	3	1	32		59	6	6	4	1	56
35	8	4	4	1	32		61	9	5	4	1	58
37	4	2	2	4	32		62	8	3	3	2	58
37	5	5	4	1	34		62	7	5	2	2	58
38	4	3	3	2	34		62	10	5	4	1	59
38	8	6	3	1	35		63	9	3	3	2	59
39	9	6	3	1	36		64	4	3	2	4	59
67	8	8	2	2	63	65	107	2	2	2	16	100
67	6	5	5	1	64	66	107	4	3	3	4	102
69	4	3	3	3	65	68	107	8	7	2	2	103
70	5	4	3	2	66	71	107	11	5	5	1	104
70	7	6	4	1	67	72	109	12	5	5	1	106
70	10	8	3	1	67	74	109	9	7	4	1	106
73	3	2	2	8	67	75	110	6	5	3	2	106
73	11	8	3	1	70	76	110	9	4	3	2	106
78	3	3	3	4	73	77	110	12	10	3	1	107
79	5	3	2	4	74	81	111	6	6	6	1	108
79	7	6	2	2	75	82	112	5	4	2	4	107
79	8	6	4	1	76	84	112	8	3	2	4	107
79	7	5	5	1	76	90	115	10	4	3	2	111

K	x	y	z	$\frac{\beta}{z}$	E	K'	K	x	y	z	$\frac{\beta}{z}$	E
80	4	4	4	2	76	93	115	8	8	4	1	112
83	6	4	3	2	79	95	115	11	11	3	1	112
83	10	9	3	1	80	96	115	13	10	3	1	112
85	7	7	4	1	82	99	116	3	3	2	8	110
86	6	6	5	1	83	100	117	7	3	3	3	113
87	5	3	3	3	83	101	118	11	4	3	2	114
88	8	6	2	2	84	102	118	9	7	2	2	114
89	4	4	2	4	84	104	118	10	7	4	1	115
89	11	9	3	1	86	105	118	8	6	5	1	115
91	5	5	3	2	87	106	118	14	10	3	1	115
92	6	3	2	4	87	108	119	9	3	2	4	114
94	7	4	3	2	90	113	119	12	4	3	2	115
94	7	7	2	2	90	114	119	15	10	3	1	116
94	10	10	3	1	91	120	121	5	2	2	8	115
97	9	5	5	1	94	122	124	10	3	2	4	119
98	4	2	2	8	92	123	124	6	4	4	2	120
98	4	4	3	3	94	126	124	8	8	2	2	120
98	8	7	4	1	95		125	5	4	3	3	121
103	7	3	2	4	98		125	12	11	3	1	122
103	8	4	3	2	99		125	7	7	5	1	122
103	6	3	3	3	99		125	11	7	4	1	122
103	5	4	4	2	99		127	3	3	3	6	122
103	7	6	5	1	100		127	11	3	2	4	122
103	10	5	5	1	100		127	10	7	2	2	123
103	11	10	3	1	100		127	7	5	3	2	123
							128	12	3	2	4	123

Въ заключеніе этой замѣтки сообщимъ новый способъ нахожденія какого-угодно числа рѣшеній уравненія профессора В. П. Ермакова по системѣ наименьшихъ рѣшеній.

Прежде всего разрѣшимъ въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$p^2 - \beta pq + q^2 = 1.$$

Преобразовавъ его по формуламъ:

$$p = -q', \quad q = p' - \beta q'$$

получимъ:

$$p'^2 - \beta p'q' + q'^2 = 1.$$

Отсюда видно, что по одной парѣ значеній p и q можно составить сколько-угодно такихъ паръ. Дѣйствительно:

$$\begin{array}{rr} p = -1, & q = -\beta, \\ \beta, & -1+\beta^2, \\ 1-\beta^2, & 2\beta-\beta^3, \\ -2\beta+\beta^3, & 1-3\beta^2+\beta^4, \\ -1+3\beta^2-\beta^4, & -3\beta+4\beta^3-\beta^5. \end{array}$$

Возьмемъ какую-нибудь пару совмѣстныхъ значеній p и q и преобразуемъ уравненіе:

$$x^2 - \beta xy + y^2 = -a$$

посредствомъ подстановокъ:

$$x = (p^2 - q^2)\, x' + (2pq - \beta p^2)\, y',$$

$$y = (2pq - \beta p^2)\, x' + (q^2 - p^2)\, y'.$$

Въ результатѣ получимъ уравненіе тождественнаго вида:

$$x'^2 - \beta x'y' + y'^2 = -a.$$

Предыдущія формулы показываютъ, какъ по одной парѣ рѣшеній уравненія профессора В. П. Ермакова можно найти другую и, слѣдовательно, сколько-угодно паръ рѣшеній.

ПОЛЕМИКА.

По поводу статьи г. Арндта „О нѣкоторыхъ вопросахъ преподаванія ариѳметики“, помѣщенной въ № 638 „Вѣстника“.

И. Александрова.

Заблужденія и ошибки, находящіяся въ этой статьѣ, очень сильно распространены, главнымъ образомъ, въ казенной средней школѣ, и только ради этого стоитъ поговорить объ этой статьѣ.

Авторъ говоритъ, что, будучи ученикомъ перваго класса, не могъ рѣшить задачи „Дюжина апельсинъ и десятокъ лимоновъ стоятъ 98 (коп.). Что стоитъ апельсинъ и лимонъ, если апельсинъ и лимонъ вмѣстѣ стоятъ 9 (коп.)“?

Охарактеризовавъ такого рода задачи терминами „спеціальныя“, „фокусы“ и „загадки“, заставляющими прибѣгать къ различнымъ „уловкамъ“, авторъ будто бы убѣдился, что изложеніе этого отдѣла математики въ настоящее время находится въ той же стадіи, какъ и во времена его молодости, и потому онъ рѣшился на реформу, которую и провелъ успѣшно.

Здѣсь все отъ начала и до конца невѣрно.

Если мальчикъ не рѣшилъ подобнаго рода задачу одинъ разъ, то изъ этого нельзя выводить заключенія. Неудачи подобнаго рода при правильномъ преподаваніи быстро исчезаютъ. Если же описанное явленіе повторяется съ мальчикомъ часто и въ различныхъ формахъ, то это, несомнѣнно, есть признакъ слабости его математической смѣтки. Прямымъ слѣдствіемъ изъ этого является выводъ, противоположный тому, который дѣлаетъ авторъ, т. е. нужно усилить живость преподаванія, рѣшать почаще такого рода вопросы, и освобождать преподаваніе отъ всякой рутины, задерживающей развитіе дѣтской смѣтки и комбинаціонной способности. Совершенно тотъ же выводъ надо сдѣлать изъ того факта, что преподаваніе этого отдѣла находится въ той же стадіи.

Что такое „загадка“? Если, напримѣръ, человѣкъ рѣшалъ шараду „первое мое изъ цѣлаго творится, а цѣлое послѣдняго боится“ и нашелъ рѣшеніе „вино-градъ“, то неужели неясно, что это могло быть сдѣлано исключительно умственными силами и при томъ процессами, которые въ будущемъ лягутъ въ основу всякаго мышленія? Живому, искрящемуся уму загадки и шарады не страшны. Подобнаго рода вопросамъ нѣтъ мѣста только тамъ, гдѣ царствуетъ рутина и гдѣ отрицается та живая игра ума, которая часто есть залогъ его будущаго преуспѣянія и безъ которой дѣлается скучнымъ обыденный разговоръ. И отъ того всѣ крупные педагоги, начиная съ Ушинскаго, всегда удѣляли нѣкоторое вниманіе загадкамъ и шарадамъ — вопросъ только въ томъ, чтобы не злоупотреблять количествомъ и качествомъ подобнаго рода упражненій, но же самое обязательно и во всякій моментъ всякаго преподаванія. Между прочимъ, въ кружкѣ, образовавшемся около покойнаго профессора С. А. Усова, выдающагося человѣка, участвовали многіе замѣчательные Московксіе люди.

Тамъ было принято перемѣшивать разрѣшеніе очень сложныхъ вопросовъ съ рѣшеніемъ вопросовъ, требующихъ лишь игры ума. Я до сихъ поръ помню, какъ послѣ серьезнѣйшей бесѣды былъ предложенъ вопросъ: „изъ шести равныхъ отрѣзковъ образовать 4 равностороннихъ треугольника, не ломая ни одного отрѣзка“ и какъ дѣтски былъ доволенъ покойный проф. Н. В. Бугаевъ, когда ему случилось первому разрѣшить эту загадку.

Что такое „уловка“ въ рѣшеніи? Вопреки г. Арндту это есть, конечно, одинъ изъ пріемовъ мышленія, и безъ такихъ уловокъ, догадокъ, какъ сейчасъ увидимъ, не обходится никакое математическое мышленіе. Въ рѣшеніи задачи объ апельсинахъ и яблокахъ можно употребить такую уловку „въ суммѣ 98 к. замѣнимъ цѣну 10 апельсинъ и 10 яблокъ суммою 90 к. и т. д. *). Но такая замѣна есть уловка, практикуемая во всѣхъ частяхъ математики и въ логикѣ. Если мы, имѣя $y^2 : z^2 = a : b$, опредѣляемъ $x = (y^2 a) : (z^2 . b)$, то надо догадаться представить x въ видѣ $(y^2 : z^2) . (a : b)$ и замѣнить $y^2 : z^2$ его значеніемъ Эта „уловка“ совершенно сходна съ вышеприведеннымъ ариѳметическимъ рѣшеніемъ. И во всякомъ математическомъ вопросѣ всегда нужно догадаться что-нибудь сдѣлать, иногда возвысить въ квадратъ, иногда передвинуть фигуру, иногда перевернуть уголъ и т. д. Съ этой точки зрѣнія эти ариѳметическія задачи, которыя г. Арндтъ окрестилъ загадками, представляются таковыми настолько, насколько всякій математическій вопросъ, и рѣшаются тѣми же методами, какъ и всякая математическая задача или теорема.

Далѣе оказывается, что въ статьѣ г. Арндта рѣшительно никакой реформы не видно, и что все, что онъ пишетъ, уже давнымъ давно извѣстно, чуть ли не со временъ Магницкаго, и то, что г. Арндтъ намъ предлагаетъ, въ своей громадной части уже давно оставлено живой педагогіей.

Затѣмъ г. Арндтъ предлагаетъ для рѣшенія задачъ составлять формулы, а также дѣлать запись данныхъ и рѣшенія по извѣстнымъ образцамъ, иногда снабженнымъ пушистыми стрѣлками. Вѣроятно, автору неизвѣстно теченіе педагогической мысли по этому поводу, особенно усилившееся за послѣдніе десять лѣтъ. Рѣшеніе задачъ по формуламъ, необходимо лишь для будущаго спеціалиста; лицу же, не собирающемуся спеціализироваться на математикѣ, а дорожащему лишь развитіемъ способностей, пользованіе формулами представляетъ большую опасность, потому что оно вводитъ механизацію мысли и уже не представляетъ объекта мышленія. Между прочимъ этимъ объясняются такія прискорбныя явленія, какъ умѣнье ученика отлично дѣлать логариѳмическія вычисленія при полномъ отсутствіи понятія о логариѳмѣ, какъ умѣніе рѣшать треугольники, не имѣя понятія о тригонометрической функціи и т. д. Безъ всякаго сомнѣнія, можно твердо констатировать, что у насъ въ школахъ есть безмѣрное увлеченіе рѣшать задачи по формуламъ. Этому вопросу было посвящено нѣсколько лекцій

*) Я далъ эту задачу мальчику, прислуживающему въ одной изъ знакомыхъ лавокъ. Тотъ взялъ счеты, положилъ 98 коп. и пять разъ скинулъ по 18 коп. Одинъ первоклассникъ сталъ на другую точку зрѣнія. Надо разложить 98 на двѣ части, которыя дѣлились бы соотвѣтственно на 12 и на 10 безъ остататка. Такія части суть 48 и 50; остальное очевидно. Дѣти не такъ глупы и слабы, какъ повидимому, полагаетъ г. Арндъ.

въ Московскихъ женскихъ высшихъ курсахъ, и тамъ указывалось не малое число случаевъ, въ которыхъ можно обойтись и безъ формулъ. Что же касается формулъ въ ариѳметикѣ, которой наименѣе свойственна механизація мысли, то онѣ, несомнѣнно, должны быть изъ нея удалены совсѣмъ.

Относительно записей данныхъ и рѣшенія задачи въ послѣднее время все болѣе и болѣе останавливаются на самой простой и естественной мысли: дать дѣтямъ въ этомъ дѣлѣ полную свободу лишь бы записи были опрятны и толковы. Всякое навязываніе дѣтямъ опредѣленнаго вида записей, какъ это совѣтуетъ г. Арндтъ, имѣетъ, очевидно, ту опасность, что дѣти начинаютъ связывать возможность рѣшенія задачи съ опредѣленнымъ образцомъ записи. Кромѣ того при разнообразіи задачъ опредѣленнаго вида записи не легко упомнить. Быть можетъ, г. Арндтъ имѣлъ въ виду пользу его записей для письменныхъ испытаній современнаго типа; но мы полагаемъ, что та форма письменныхъ экзаменовъ, въ которой они теперь производятся, безъ всякаго сомнѣнія, должны быть уничтожены.

Чрезвычайно характерно замѣчаніе г. Арндта (стр. 43), что рѣшеніе задачъ на пропорціональное дѣленіе имѣетъ аналогію съ архаическимъ цѣпнымъ правиломъ. Будучи защитникомъ механизаціи мысли, авторъ не замѣчаетъ, что эта аналогія чисто внѣшняя (перемноженіе чиселъ перваго столбца) и что внутренней математической аналогіи о рѣшеніяхъ рѣшительно нѣтъ никакой.

Статья изобилуетъ непродуманными мыслями и замѣчаніями. Такъ авторъ говоритъ, что „методы рѣшеній ариѳметическихъ задачъ“ Александрова поражаютъ массою способовъ (около 12 основныхъ*). Запомнить сущность дюжины идей, которыя практикуются нами почти ежедневно и не въ одной математикѣ, развѣ это такъ трудно? Ну, а помнить тѣ лѣса математическихъ формулъ, значительная часть которыхъ совершенно не нужна будущимъ неспеціалистамъ — это легче? А такихъ примѣровъ изъ области современной школы можно привести сколько угодно.

Далѣе, авторъ говоритъ: „если теорія недоступна на какой-нибудь ступени обученія, то и практика безполезна и даже вредна, обучая по существу непонятному“. Такъ ли это?

Тридцать лѣтъ тому назадъ, не было полной теоріи геометрическихъ построеній, а равно и очень красиваго ученія Дедекинда о несоизмѣримыхъ числахъ. Слѣдуетъ ли изъ этого, что тридцать лѣтъ тому назадъ въ школахъ не надо было касаться ни геометрическихъ построеній, ни ирраціональныхъ чиселъ? Усилимъ примѣръ. Насколько мнѣ извѣстно, еще не выведено уравненіе той

---

*) Въ послѣдней моей работѣ („Математическое Образованіе“, 1915 г., №№ 1, 2 и 5) доказано, что для рѣшенія всякой „спеціальной“ ариѳметической задачи первой степени достаточно знать два метода и 5-6 пріемовъ рѣшенія. Еще укажу на одну ошибку г. Арндта, ошибку весьма распространенную. Обыкновенно думаютъ, что коренной способъ рѣшенія задачъ даютъ уравненія. Въ дѣйствительности, существуетъ множество задачъ, недоступныхъ алгебрѣ, если она не воспользуется ариѳметическими и геометрическими методами (показано въ тѣхъ же номерахъ „Математическаго Образованія“). Только совокупность методовъ всѣхъ частей математики рѣшаетъ задачу — это будетъ правильная мысль.

кривой, которую описываетъ носокъ нашей ноги въ процессѣ бѣга и ходьбы. Неужели отсюда вытекаетъ, что мы не должны бѣгать или ходить? Думаю, что въ подобнаго рода сужденіяхъ надо быть болѣе осторожнымъ.

Въ заключеніи мы скажемъ, что статья г. Арндта производитъ очень тяжелое впечатлѣніе, и посовѣтуемъ пользоваться указаніями, помѣщенными въ этой статьѣ, лишь тѣмъ лицамъ, которые пожелаютъ заключить дѣтское и ихъ собственное мышленіе въ футлярѣ А. П. Чехова.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Коэффиціентъ пропорціональности въ формулѣ Ньютона. Законъ всемірнаго тяготѣнія выражается формулою

$$f = C\frac{mm_1}{r^2},$$

гдѣ f — сила взаимнаго тяготѣнія двухъ массъ, m и m_1, находящихся на разстояніи r другъ отъ друга, C — коэффиціентъ пропорціональности. Этотъ коэффиціентъ численно равенъ величинѣ силы, съ которою притягиваются двѣ массы, равныя единицѣ, если разстояніе между ними равно единицѣ. Согласно весьма точнымъ измѣреніямъ Кремьё (Cremieu), $C = 6{,}674 \cdot 10^{-8}$, если измѣренія производятся въ CGS системѣ.

Обычно предполагается безъ особыхъ указаній, что величина C является міровой постоянной, не зависящей отъ физическихъ или химическихъ свойствъ притягивающихся массъ. Доказательствомъ этого могутъ служить, съ одной стороны, многочисленные опыты съ маятниками, сдѣланными изъ различныхъ матеріаловъ, показавшіе, что вѣса пропорціональны массамъ въ предѣлахъ погрѣшностей опытовъ у всѣхъ тѣлъ, подвергавшихся изслѣдованію. Такіе опыты дѣлали, между прочимъ еще Ньютонъ (Newton) и Бессель (Bessel). Въ опытахъ послѣдняго были изслѣдованы мѣдь, желѣзо, цинкъ, сталь, серебро, золото метеорное желѣзо, метеорный камень, мраморъ, глина, кварцъ. Въ 1910 году Саусернсъ (Southerns), показалъ, что для радіоактивнаго урана отношеніе вѣса къ массѣ таково же, какъ и для нерадіоактивнаго сурика. Съ другой стороны, различіе въ средней плотности планетъ — отъ 0,11 (Сатурнъ) до 0,79 (Венера), если плотность земли принять за 1 — съ большою вѣроятностью указываетъ на различіе въ нхъ составѣ. Поэтому подчиненіе всѣхъ планетъ третьему закону Кеплера можно также разсматривать, какъ доказательство постоянства величины C.

Для изслѣдованія постоянства величины C по второму способу наиболѣе удобна система земля-луна. Плотность луны равна 0,62, если плотность земли принять за 1. Если предположить, что величина C зависитъ отъ состава при-

тягивающихся тѣлъ, то формулу закона Ньютона можно написать въ видѣ

$$f = \gamma\gamma_1 \frac{mm_1}{r^2},$$

гдѣ γ и γ_1 зависятъ отъ природы тѣлъ съ массами m и m_1; произведеніе $\gamma\gamma_1$ равняется Ньютоновскому коэффиціенту C для двухъ разсматриваемыхъ тѣлъ. Величины γ и γ_1 Бѣртонъ (С. V. Barton) называетъ „гравитаціонными показателями" для тѣлъ m и m_1.

Если m_1 и m_2 суть массы земли и луны, то средній гравитаціонный показатель для системы земля-луна равенъ $\gamma = \frac{m_1\gamma_1 + m_2\gamma_2}{m_1 + m_2}$. Обычно принимается, что $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$. Бѣртонъ разсмотрѣлъ слѣдствія, вытекающія изъ предположенія, что γ_1 не равно γ_2; оказалось, что если γ_1 и γ_2 различаются на $^1/_{20000000}$ одной изъ величинъ, то долгота луны должна испытывать колебанія съ амплитудой въ 1′ дуги съ періодомъ въ одинъ мѣсяцъ.

Такимъ образомъ, обнаруженіе астрономами этого періодическаго колебанія долготы луны можетъ послужить утвердительнымъ отвѣтомъ на вопросъ о зависимости коэффиціента C отъ рода притягивающихся тѣлъ. Пока нельзя утверждать, что такія колебанія существуютъ, хотя проф. Браунъ (E. V. Brown) въ 1913 году высказалъ мнѣніе, что существуютъ замѣтныя колебанія лунной долготы указаннаго типа.

БИБЛІОГРАФІЯ.

II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen", краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакція сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

Н. П. Каменьщиковъ. *Солнце.* Астрономическій очеркъ съ 50 рисунками въ текстѣ и 4 картинами въ краскахъ. Изданіе П. П. Сойкина. Петроградъ, 1915 г. Стр. 34. Ц. 50 к.

Въ 1-ой главѣ этой книги авторъ разсматриваетъ Солнце какъ божество и поклоненіе Солнцу у древнихъ народовъ, приводитъ снимки съ картинъ С. В. Бакалавича и Ѳ. А. Бронникова и красивое сказаніе нашихъ предковъ славянъ о богѣ солнечныхъ лучей — Ярилѣ. Во 2-ой главѣ трактуется о размѣрахъ Солнца и разстояніи до него отъ Земли; здѣсь чита-

тель найдетъ много примѣровъ для сравненія и представленія себѣ тѣхъ большихъ чиселъ, какими выражаются размѣры Солнца и разстояніе до него. Въ 3-ей главѣ разсмотрѣно движеніе Земли вокругъ Солнца, смѣна дня и ночи и временъ года, климатическія пояса и солнечныя затменія; къ этой главѣ приложены: фотографія полуночнаго Солнца на русскомъ зимовьѣ на Шпицбергенѣ, красочный рисунокъ полуночнаго Солнца, фотографія солнечной короны и красочный рисунокъ полнаго солнечнаго затменія въ Ригѣ 8 августа 1914 г. Далѣе, въ 4-ой главѣ авторъ разбираетъ, что мы видимъ на Солнцѣ: пятна, образованіе ихъ и періодичность ихъ появленія, протуберанцы (красочный рисунокъ протуберанца сдѣланъ по фотографіи Іоркской обсерваторіи), солнечная атмосфера и солнечная корона. Въ 5-й главѣ говорится о спектральномъ анализѣ, химическомъ составѣ Солнца и о солнечныхъ обсерваторіяхъ въ Америкѣ. Приведена красочная таблица спектровъ, по которой читатель можетъ сравнить: сплошной солнечный спектръ и спектры натрія, калія, магнія, водорода, гелія, литія и аргона. Въ этой главѣ авторъ затрагиваетъ самыя новѣйшія изслѣдованія изъ области физики Солнца, а именно открытіе вихревыхъ движеній флоккулъ Галемъ въ 1908 г. и объясняетъ двойное обращеніе спектральныхъ линій въ спектрѣ солнечныхъ пятенъ при помощи явленія Зеемана. Кромѣ того, здѣсь даны описанія и снимки съ телескопа Сно и тауэръ-телескопа (телескопъ-башня) на солнечной обсерваторіи. Въ 6-й главѣ говорится о солнечной энергіи, утилизаціи ея и солнечныхъ машинахъ; даны фотографіи солнечныхъ машинъ въ Египтѣ и объясненія устройства машины проф. В. К. Церасскаго. Въ послѣдней 7-й главѣ указано мѣсто Солнца среди звѣздъ; здѣсь читатель узнаетъ, что есть величайшее солнце вселенной — Канопусъ, большее чѣмъ наше Солнце въ $2^1/_2$ милліона разъ. Наконецъ, приведенъ богатый списокъ книгъ и статей на русскомъ языкѣ, что читать о Солнцѣ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей профессора Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 311 (6 сер.). Двѣ коалиціи A и B ведутъ войну между собою. Нейтральныя n государствъ находятся въ нерѣшительности, при чемъ дано, что p изъ нихъ навѣрно не присоединятся къ коалиціи A, а другія k навѣрно не присоединятся къ коалиціи B. Сколько новыхъ положеній можетъ оказаться въ этой войнѣ въ зависимости отъ поведенія n вышеупомянутыхъ государствъ?

В. Ревзинъ (Сумы).

№ 312 (6 сер.). Сколькими способами произведеніе mn неравныхъ простыхъ множителей можно разложить на n сомножителей, каждый изъ которыхъ разлагается на m простыхъ множителей?

Р. Витвинскій (Екатеринославъ).

№ 313 (6 сер.). Въ плоскости даны шесть точекъ A, B, C, D, E, F. Доказать, что нельзя соединить каждую изъ точекъ A, B, C съ каждой изъ точекъ D, E, F непрерывными линіями такъ, чтобы никакія двѣ изъ этихъ линій не пересѣкались.

S.

№ 314 (6 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^2 + xy + y^2 = a(x + y),$$

$$x^2 - xy + y^2 = a(x - y).$$

(Заимств.).

Опечатка.

Въ условіи задачи **№ 307** (6 сер.), напечатанной въ № 649 «Вѣстника», вмѣсто „даны отношенія $AD:DC\ldots$" слѣдуетъ читать „даны отношенія $AD:BC\ldots$"

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣлъ I.

№ 264 (6 сер.). *Доказать равенство*

$$\varphi(\mathrm{abc}) = \frac{\varphi(\mathrm{a})\,\varphi(\mathrm{b})\,\varphi(\mathrm{c})\,\mathrm{d_1 d_2 d_3}\,\varphi(\mathrm{d})}{\varphi(\mathrm{d_1})\,\varphi(\mathrm{d_2})\,\varphi(\mathrm{d_3})\,\mathrm{d}},$$

гдѣ a, b, c — *любыя цѣлыя положительныя числа, гдѣ* $\mathrm{d_1}$, $\mathrm{d_2}$, $\mathrm{d_3}$ *суть соотвѣтственно общіе наибольшіе дѣлители паръ чиселъ* b *и* c, c *и* a, a *и* b *и всѣхъ трехъ чиселъ* a, b, c, *а* $\varphi(\mathrm{n})$ *есть вообще число чиселъ, не большихъ* n *и взаимно простыхъ съ* n.

Обозначимъ черезъ x общій наибольшій дѣлитель произведенія ab и c, и пусть $p_1, p_2, \ldots, p_n$ суть всѣ неравные между собою простые множители, входящіе въ составъ x. Тогда [см. рѣшеніе задачи **№ 226** (6 сер.) въ № 633 «Вѣстника»]

$$(1)\quad \varphi(abc) = \frac{\varphi(ab)\,\varphi(c)\,x}{\varphi(x)},$$

при чемъ

$$\frac{\varphi(x)}{x} = \left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\left(1 - \frac{1}{p_2}\right)\cdots\left(1 - \frac{1}{p_n}\right).$$

Но каждый изъ простыхъ множителей $p_1, p_2, \ldots, p_n$ входитъ одновременно или въ a и c или въ b и c, и, наоборотъ, всякій простой множитель, входящій одновременно въ a и c или въ b и c, входитъ въ ab и x. Поэтому произведеніе d_1d_2 (вообще не равное x) содержитъ тѣ же отдѣльные простые множители, какъ и x, откуда вытекаютъ равенства

$$\frac{\varphi(d_1d_2)}{d_1d_2} = \left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\left(1 - \frac{1}{p_2}\right)\cdots\left(1 - \frac{1}{p_n}\right) = \frac{\varphi(x)}{x}.$$

Слѣдовательно [см.(1)]

$$(2) \quad \varphi(abc) = \frac{\varphi(ab)\,\varphi(c)\,d_1d_2}{\varphi(d_1d_2)}.$$

Если изъ совокупности всѣхъ простыхъ множителей, входящихъ въ b и c, и изъ совокупности всѣхъ простыхъ множителей, входящихъ въ a и c, выдѣлить всѣхъ простыхъ множителей, общихъ обѣимъ этимъ совокупностямъ, то получимъ совокупность всѣхъ простыхъ множителей, общихъ числамъ a, b и c. Поэтому d есть общій наибольшій дѣлитель чиселъ d_1 и d_2. Слѣдовательно по формулѣ, установленной въ рѣшеніи задачи № 226 (6 сер.) (см. № 633 «Вѣстника») находимъ, что

$$(3) \quad \varphi(d_1d_2) = \frac{\varphi(d_1)\,\varphi(d_2)\,d}{\varphi(d)},$$

и по той же формулѣ получимъ, что

$$(4) \quad \varphi(ab) = \frac{\varphi(a)\varphi(b)\,d_3}{\varphi(d_3)}.$$

Подставляя значенія $\varphi(ab)$ и $\varphi(d_1d_2)$ изъ формулъ (4) и (3) въ равенство (2), приходимъ къ равенству

$$\varphi(abc) = \frac{\varphi(a)\,\varphi(b)\,\varphi(c)\,d_1d_2d_3\,\varphi(d)}{\varphi(d_1)\,\varphi(d_2)\,\varphi(d_3)\,d},$$

которое и требовалось доказать.

Вотъ еще одно доказательство разсматриваемой формулы, указывающее путь для обобщенія ея на произведеніе любого числа сомножителей. По опредѣленію функціи $\varphi(n)$ находимъ, что

$$(5) \quad \begin{cases} \varphi(a) = aA, \quad \varphi(b) = bB, \quad \varphi(c) = cC; \quad \varphi(d) = dD, \\ \varphi(d_1) = d_1D_1, \quad \varphi(d_2) = d_2D_2, \quad \varphi(d_3) = d_3D_3, \end{cases}$$

гдѣ A, B, C, D, D_1, D_2, D_3, суть соотвѣтственно выраженія вида

$$\left(1 - \frac{1}{q_1}\right)\left(1 - \frac{1}{q_2}\right)\cdots\left(1 - \frac{1}{q_m}\right),$$

гдѣ подъ $q_1, q_2, \ldots, q_m$ надо подразумѣвать соотвѣтственно ряды всѣхъ неравныхъ между собою простыхъ множителей чиселъ a, b, c, d, d_1, d_2, d_3. Изъ первыхъ трехъ изъ равенствъ (5) слѣдуетъ, что

$$(6) \quad \varphi(a)\,\varphi(b)\,\varphi(c) = abcABC.$$

Въ произведеніи ABC есть всѣ сомножители вида $1-\frac{1}{q_i}$, гдѣ q_i—отдѣльные простые множители одного изъ чиселъ a, b, c, но въ немъ повторяются дважды сомножители вида $1-\frac{1}{q_i}$, составленные изъ отдѣльныхъ простыхъ множителей, общихъ одной изъ паръ чиселъ b и c, c и a или a и b и не входящихъ во всѣ числа a, b, c сразу, и трижды повторяются аналогичные сомножители, составленные изъ простыхъ множителей, общихъ всѣмъ тремъ числамъ a, b и c. Разсуждая подобнымъ же образомъ, мы видимъ, что произведеніе $D_1D_2D_3$ содержитъ лишь по разу сомножителей вида $1-\frac{1}{q_i}$, образованныхъ изъ простыхъ множителей, входящихъ въ общіе наибольшіе дѣлители d_1, d_2, d_3 и не входящихъ въ d, т. е. — общихъ одной изъ паръ b, c; a, c; a, b, но не входящихъ сразу въ a, b и c, но, кромѣ того, произведеніе $D_1D_2D_3$ опять трижды содержитъ сомножителей вида $1-\frac{1}{q_i}$, составленныхъ изъ простыхъ множителей, входящихъ въ d, т. е. сразу въ a, b и c. Поэтому частное $\frac{ABC}{D_1D_2D_3}$ содержитъ по разу всѣ сомножители вида $1-\frac{1}{q_i}$, гдѣ q_i — простые множители произведенія abc, за исключеніемъ тѣхъ сомножителей, которые составлены изъ простыхъ множителей, входящихъ сразу въ a, b и c, т. е. въ d. Слѣдовательно $\frac{ABCD}{D_1D_2D_3}$ есть произведеніе всѣхъ сомножителей $1-\frac{1}{q_i}$, взятыхъ лишь по разу, гдѣ q_i — всѣ отдѣльные простые множители произведенія abc. Поэтому

$$\varphi(abc)=\frac{abcABCD}{D_1D_2D_3},$$

или [см. (6)]

$$\varphi(abc)=\frac{\varphi(a)\,\varphi(b)\,\varphi(c)\,D}{D_1D_2D_3},$$

Подставляя въ это равенство значенія D_1, D_2, D_3, D изъ послѣднихъ четырехъ равенствъ (5), получимъ предложенное для доказательства равенство.

В. Поповъ (Валки, Харьк. губ.); *Д. Чижевскій* (Александрія).

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ. Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено военной цензурой.

Типографія „Техникъ"—Одесса. Екатерининская, 58.